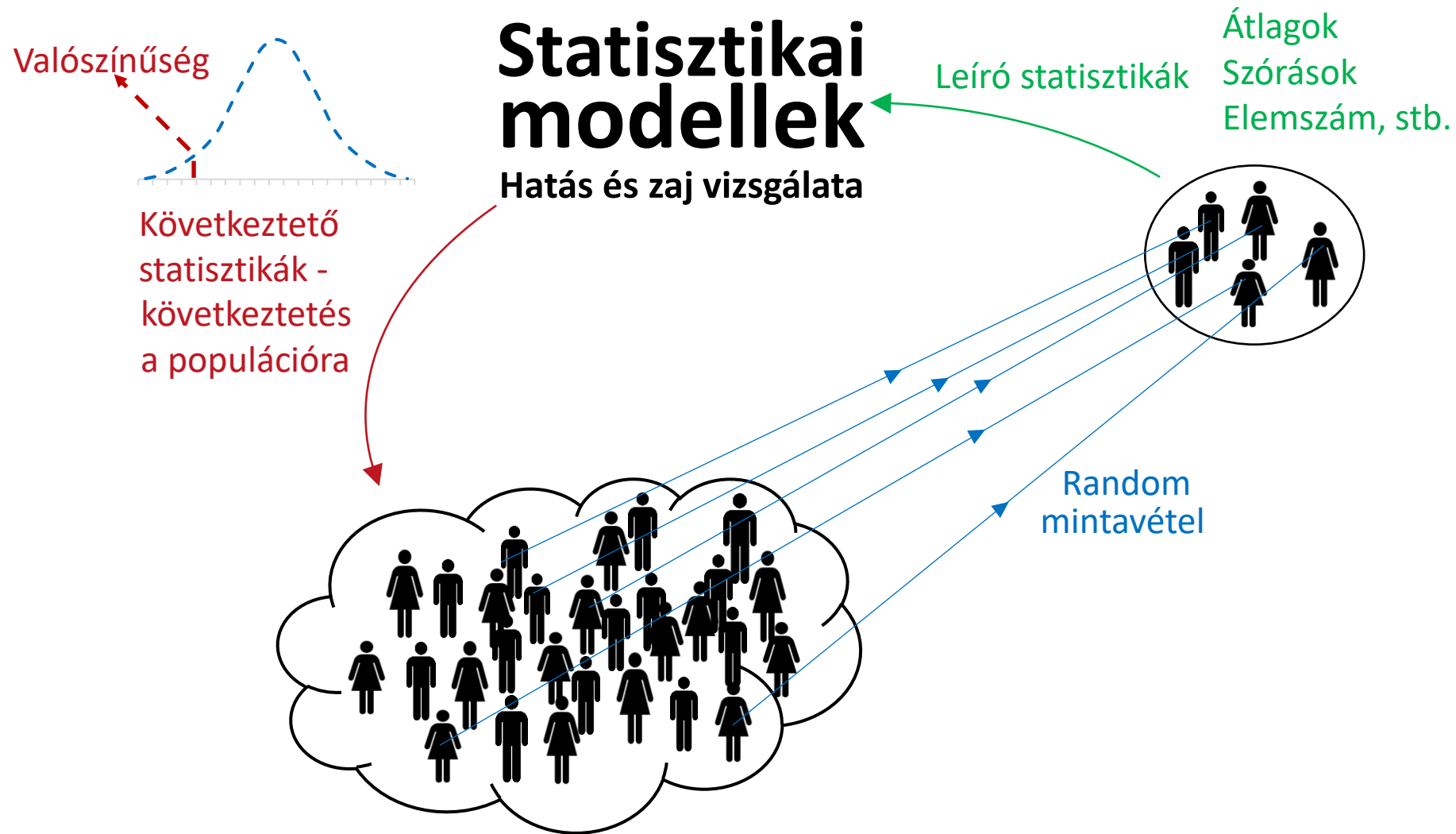


Stathelp.hu

Készítette: Soltész-Várhelyi Klára

Eloszlásgörbék



Leíró statisztika (descriptive stats)

- Célja a mért adathalmaz jellemzése, az rendelkezésre álló információ tömörítése
- A mért mintát írja le, következtetéseket nem tartalmaz

Következtető statisztika (inferential stats)

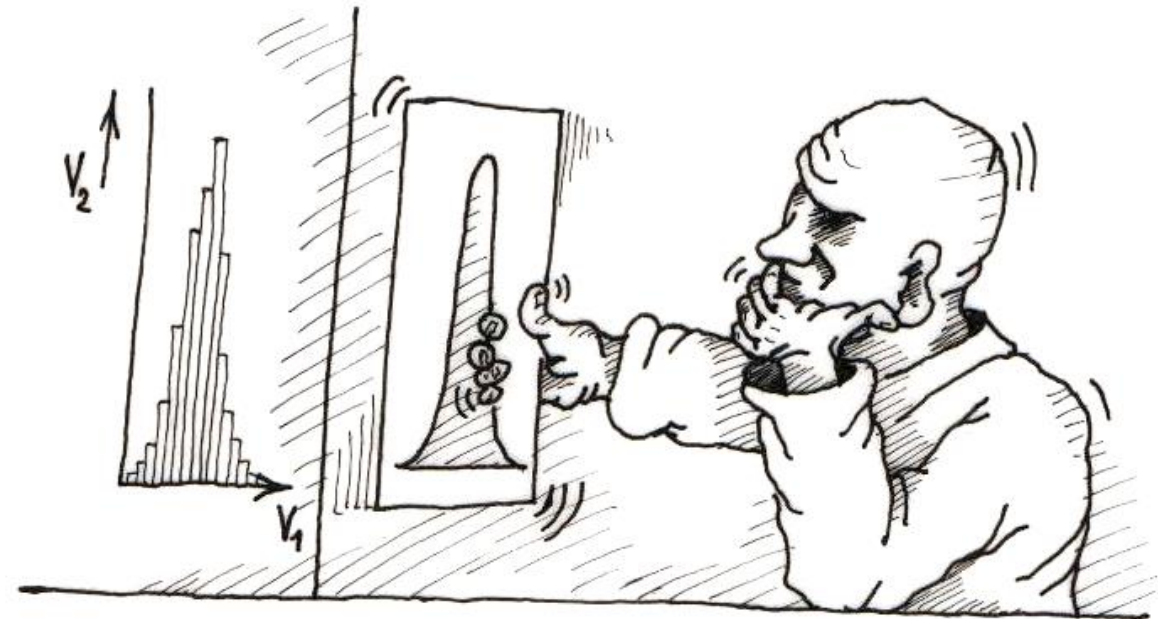
- Célja a populációból választott mintából a populációra való (vissza)következtetés
- Valószínűségekkel dolgozik
- Fogalmak:

Eloszlások, és a hozzájuk tartozó valószínűségek

- Konfidencia intervallumokról újra
- Statisztikai modellek
- Hipotézisvizsgálat, és ami ehhez kell: statisztikai értékek, hipotézis, szignifikancia, (hatásnagyság), elemszámbecslés, hiba becslése, hibák típusai
- Bayes-i statisztika

Gyakoriság eloszlások

Honnan tudjuk egy érték valószínűségét?

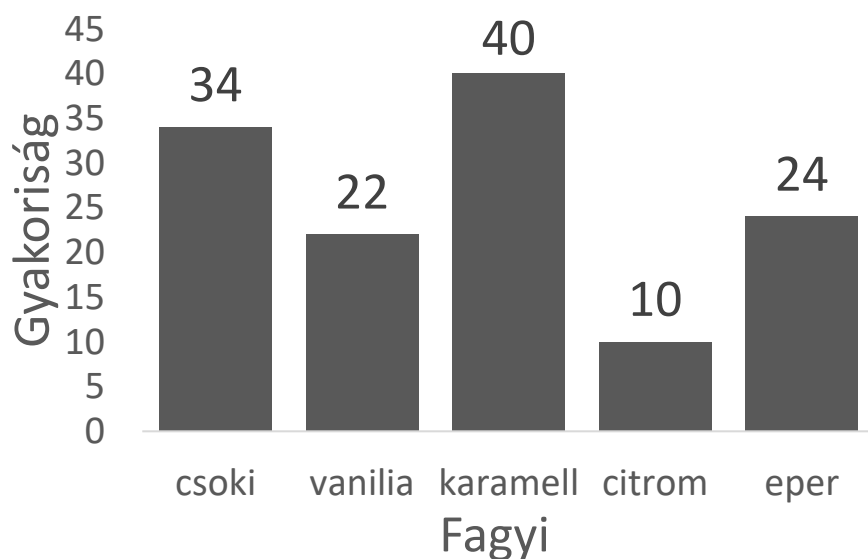


1998 G. Meixner

Gyakoriság eloszlás, hisztogram

Diszkrét változó esetében

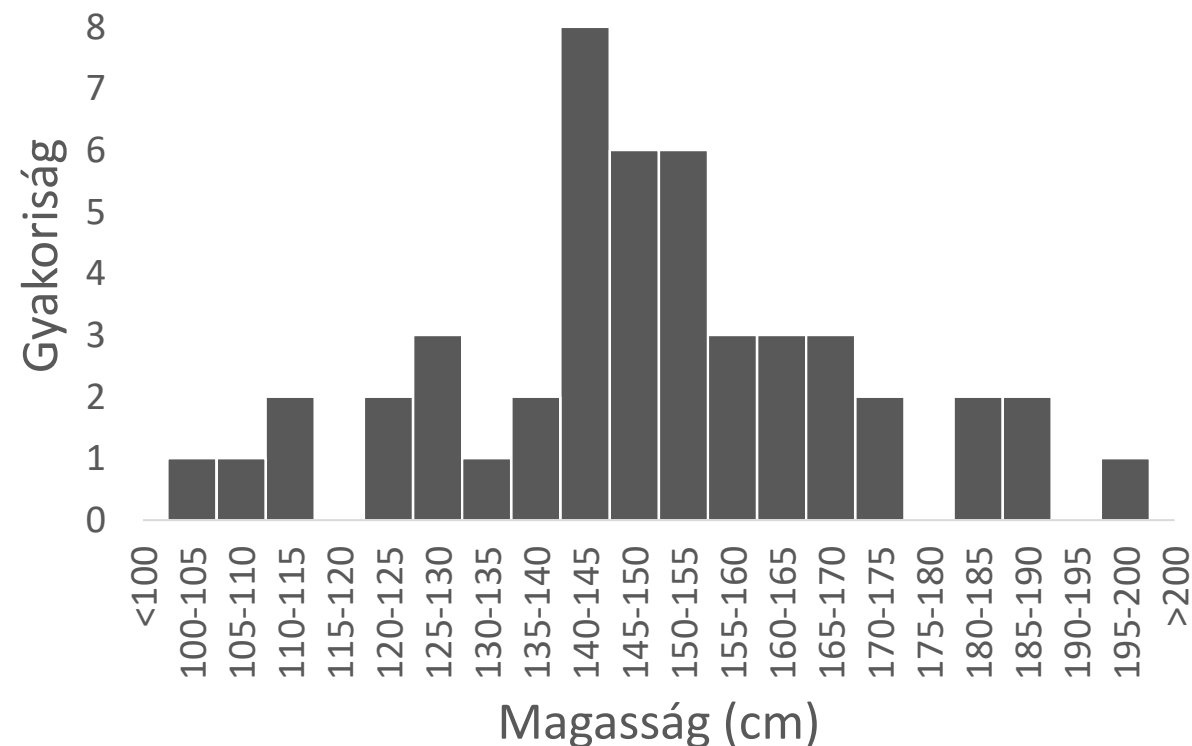
- A skála diszkrét értékeinek gyakorisága
- Az egyes értékek előfordulásának száma
- Például fagyik népszerűsége



Fagyi íz	CS	V	K	C	E
Gyakoriság	34	22	40	10	24

Folytonos változó esetében

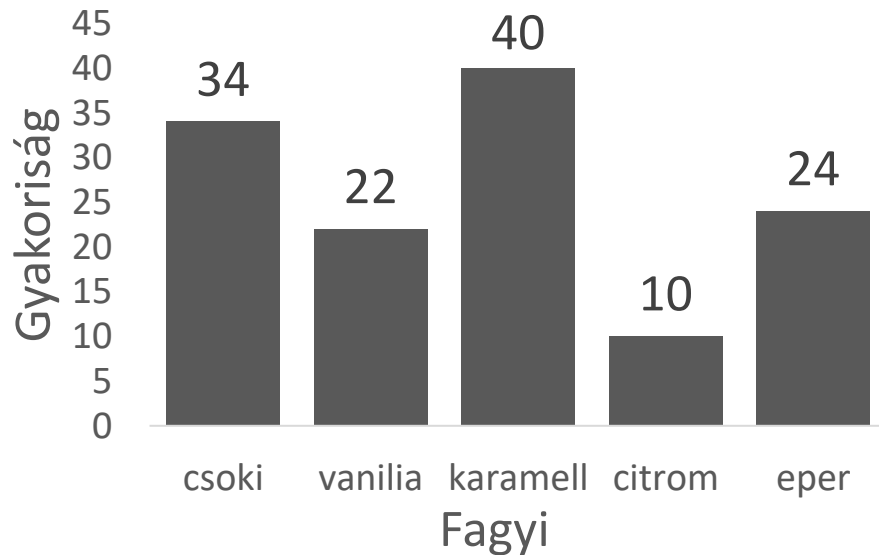
- A skálát egyforma széles intervallumokra bontva egy adott intervallumon belül eső értékek száma
- Például magasság eloszlása tiniknél



Nevezetes eloszlások és értékeik

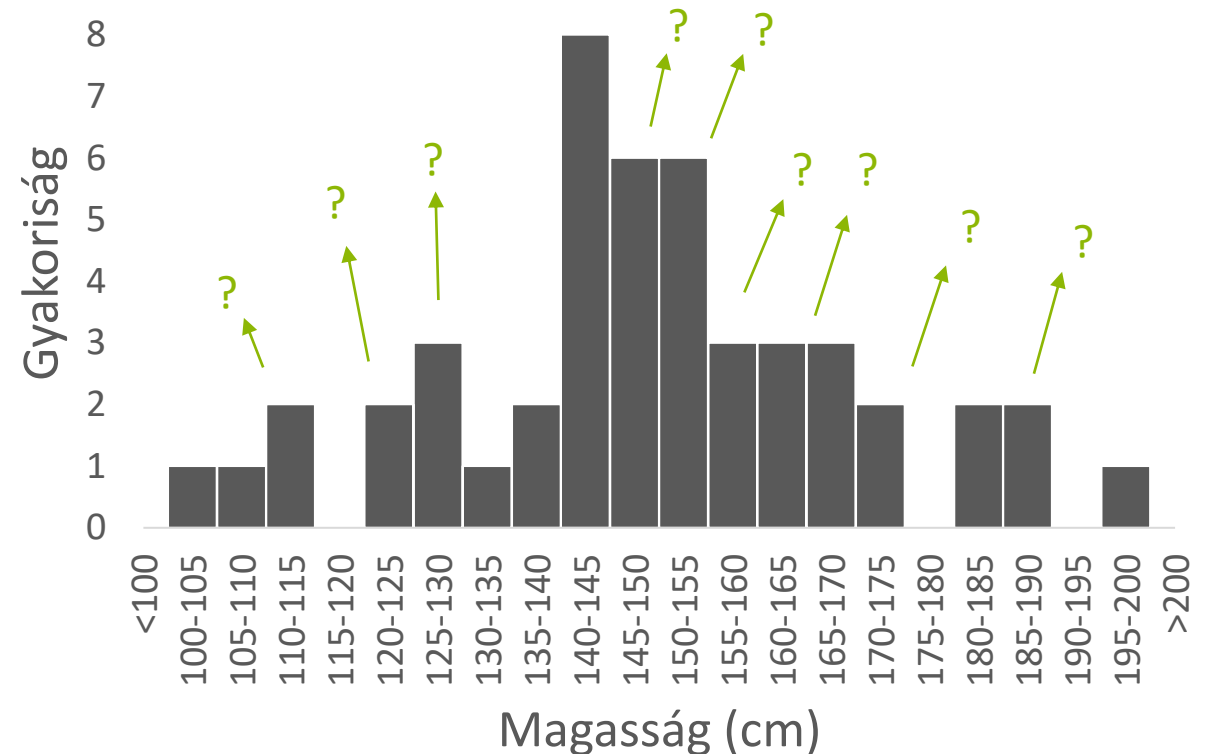
?: Az eddigi fagyifogyasztás alapján mennyi a valószínűsége annak, hogy a következő fagyit, amit kérnek, citrom lesz?

V: Ez könnyű: Az eddigi 130 emberből 10 kért citromot: az emberek 7,7%-a kér citromot.



?: Az eddigi magasság adatok alapján mennyi a valószínűsége annak, hogy a következő személy 170-180 cm között lesz?

V: Bonyolultabb esetben (pl. folytonos változóknál), nehéz a valószínűségeket kiszámítani

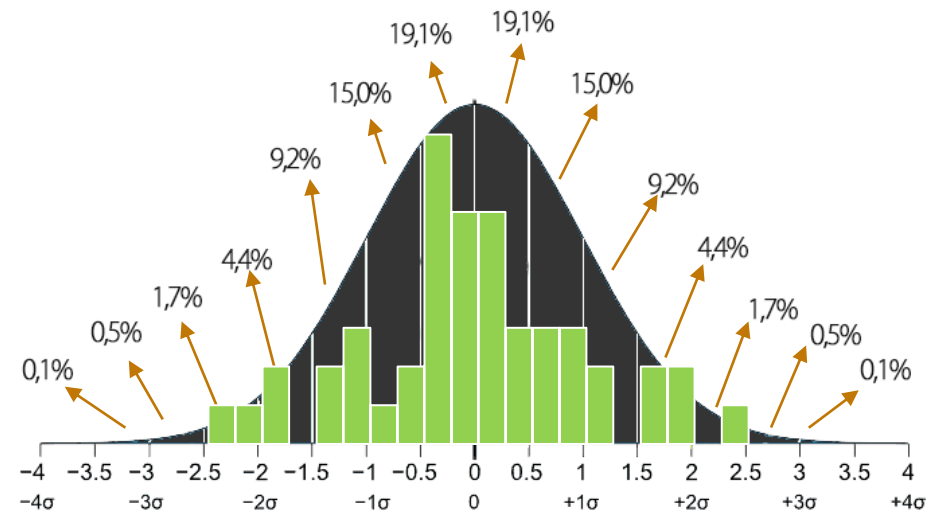
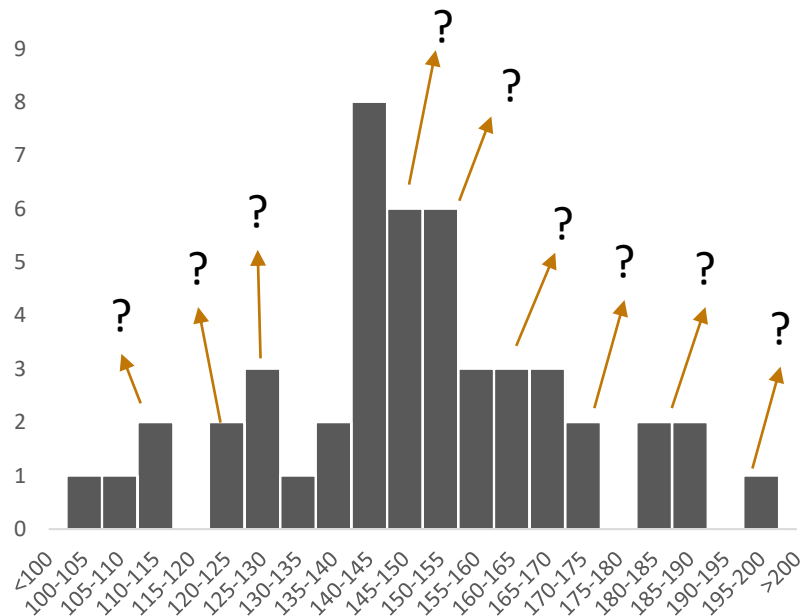


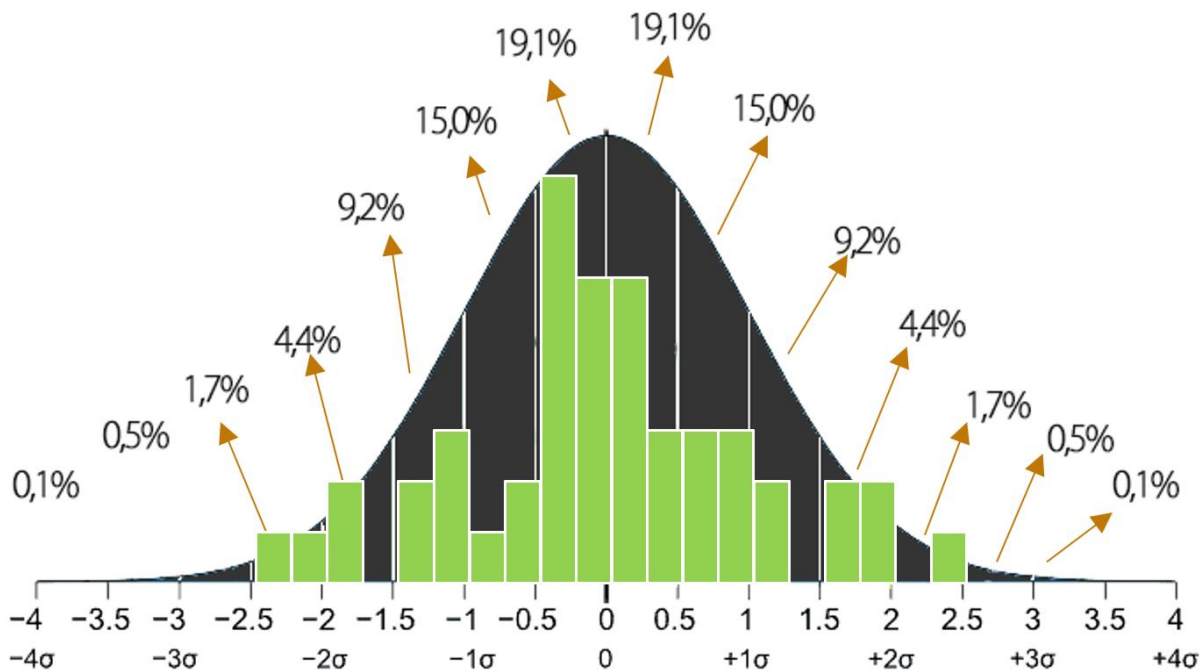
Nevezetes eloszlások és értékeik

Bonyolultabb esetekre nehéz lenne kiszámolni a valószínűségeket.

- Léteznek táblázatok nevezetes eloszlásokra, melyek megadják, hogy egy adott statisztikai értékhez (adott paraméterek esetén) milyen valószínűség tartozik.
- Meg kell feleltetnünk a saját mért adatainkat egy nevezetes eloszlás statisztikai értékeinek, és az adott statisztikai értékhez tartozó valószínűséget fogjuk a mi adatainkhoz is feltételezni.

Tanult eloszlások: **Normál eloszlás**, **t-eloszlás**, **χ^2 -eloszlás**, **F-eloszlás**





Milyen eloszlások vannak?
Milyen tulajdonságaik vannak?

Mikor melyik eloszlást kell használni?
Miért?

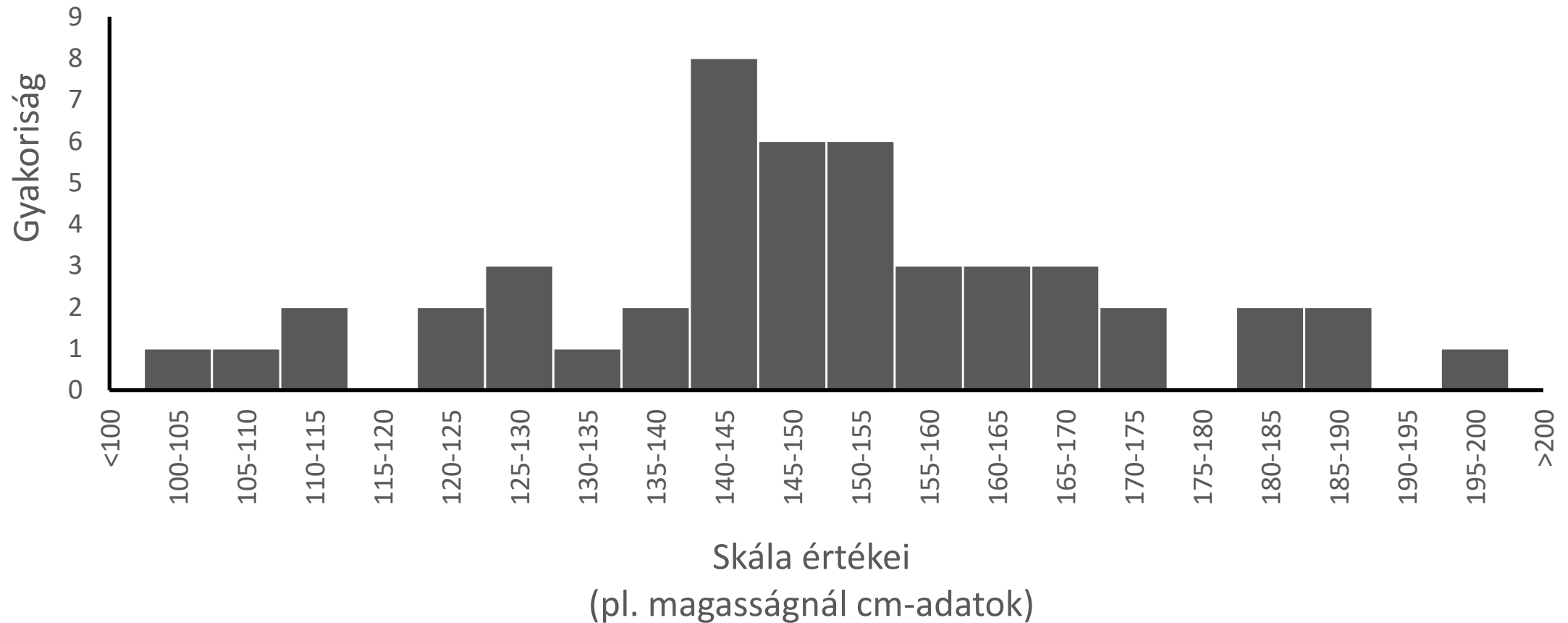
Pl. miért jó olyan gyakran a világ dolgainak leírására a normál eloszlás?

Hogyan rendelhető egy-egy nevezetes eloszlás
értékeihez valószínűség?

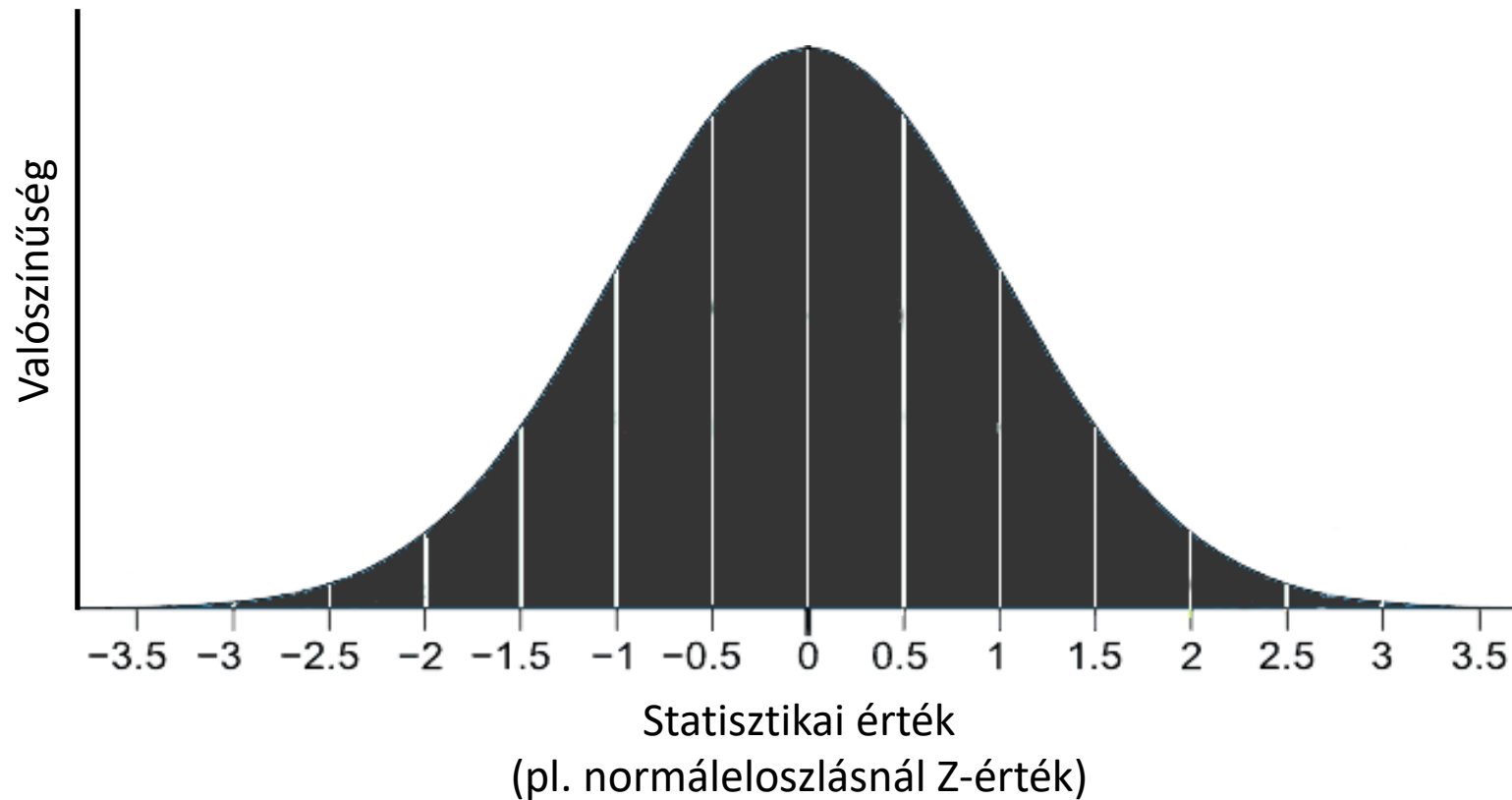
Hogyan feleltessük meg a mi girbe-gurba mintánkat
egy nevezetes eloszlásnak?

A hisztogram a mintánkban az értékek gyakoriságának eloszlását szemlélteti.

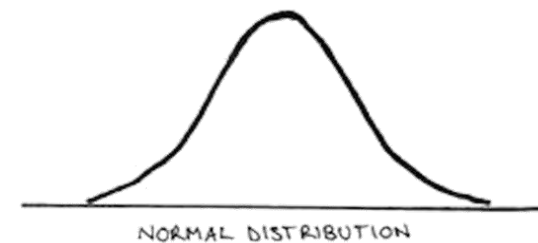
Az X-tengelyén az adott változó lehetséges értékei szerepelnek, az Y-tengelyén a gyakoriság, azaz azon személyek száma, aki az adott értéket veszik fel vagy az adott értéktartományba esnek.



Egy nevezetes eloszlás eloszlásgörbéje az eloszláshoz tartozó statisztikai értékek előfordulási valószínűségeit ábrázolja. Az X-tengelyen az adott eloszláshoz tartozó statisztikai értékek szerepelnek, az Y-tengelyen az adott értékek előfordulási valószínűsége.

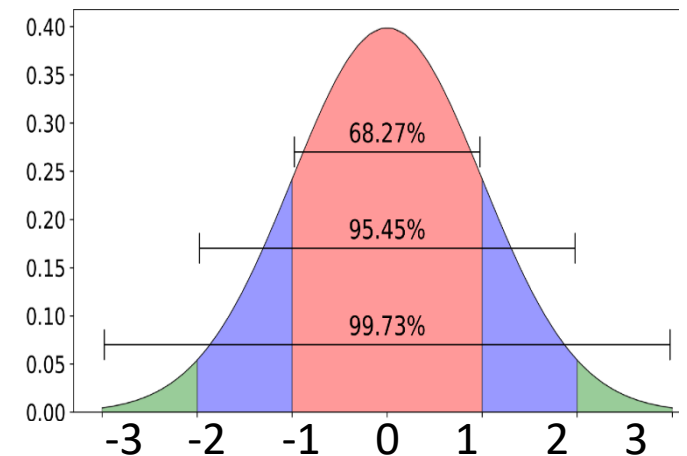
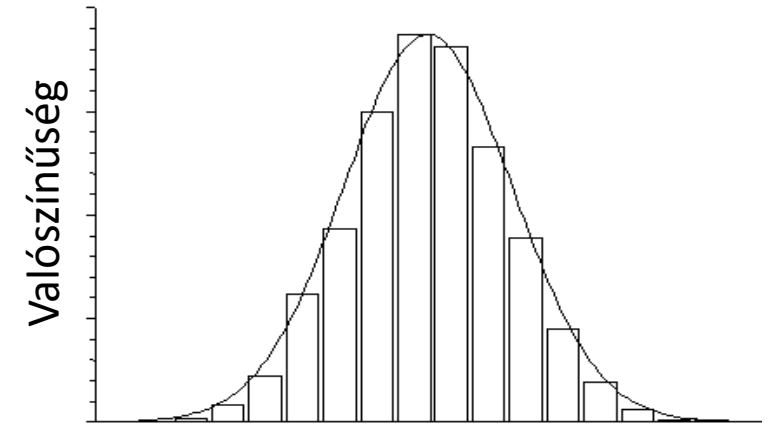


Normál eloszlás



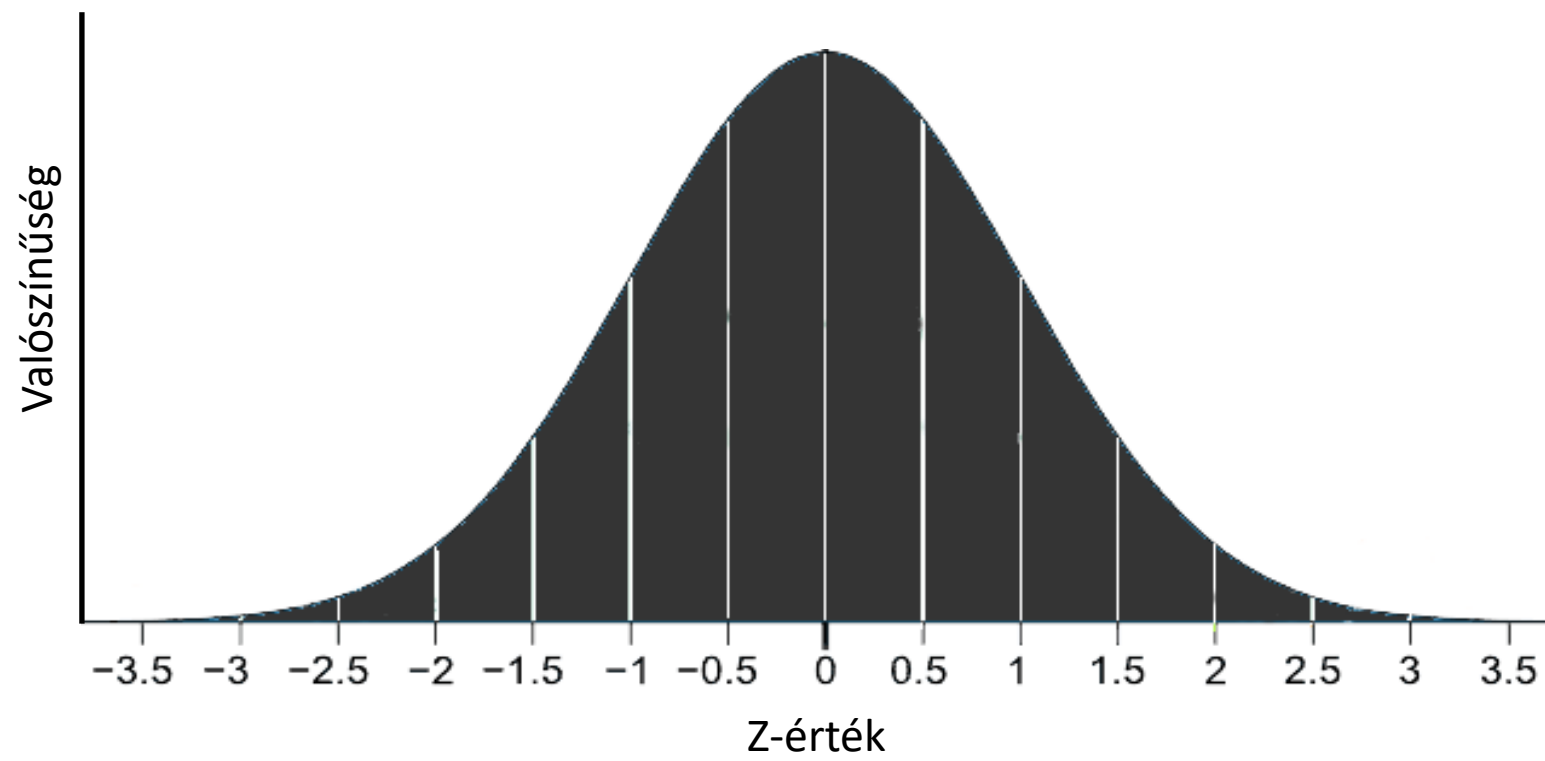
Normál vagy Z vagy Gauss-eloszlás tulajdonságai

- **Folytonos** változók eloszlásának leírására alkalmas
- **Unimodális** (egy csúcsú)
- **Szimmetrikus** az átlag körül
- **Haranggörbe alakú** – a legtöbb egyed az átlag körül helyezkedik el, majd ahogy távolodunk a középponttól, egyre kevesebb egyed van, aki az adott értéket felveszi.
- Statisztikai értéke a **z-érték**, mely **átlaga 0, szórása 1**
- Bár értéke az egész számegyenesen nézve soha nem csökken nullára, három szórás távolságra gyakorlatilag annak tekintetű



A normál eloszlás a statisztikában gyakran használt eloszlás típus

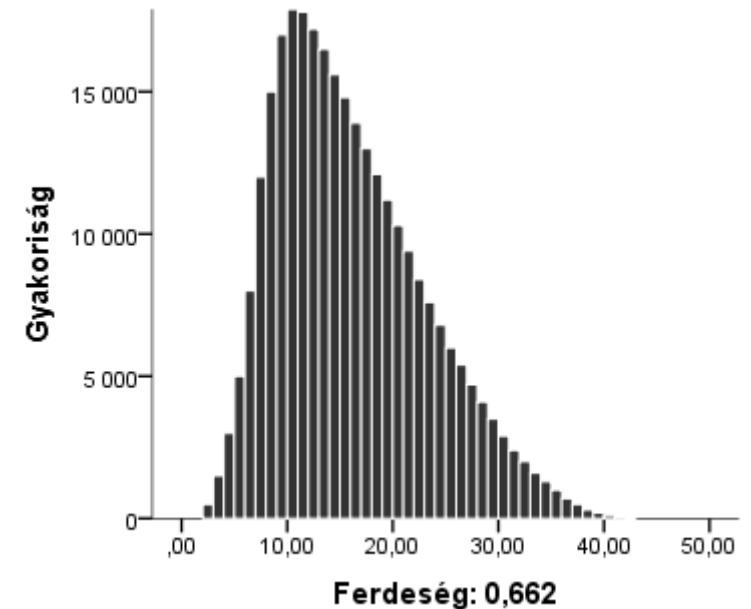
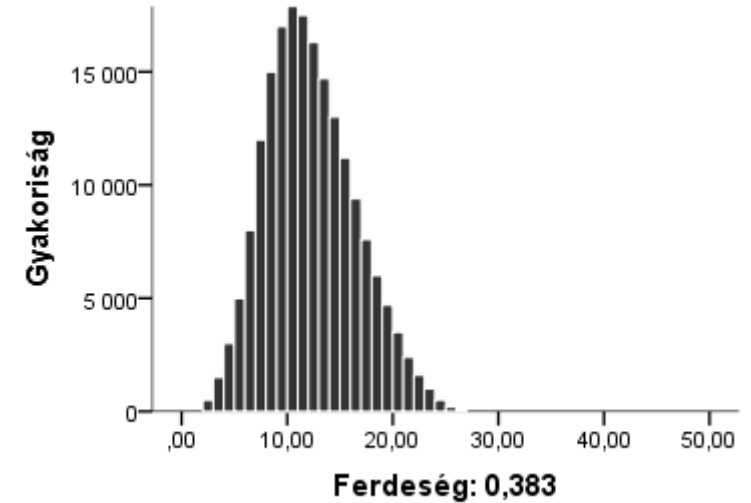
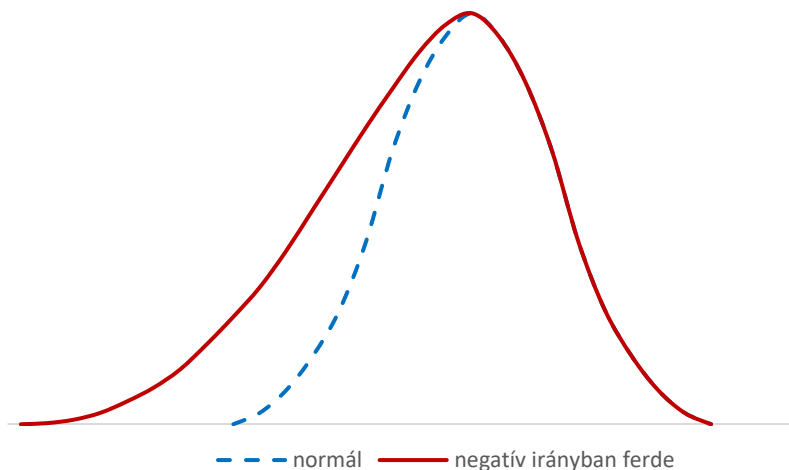
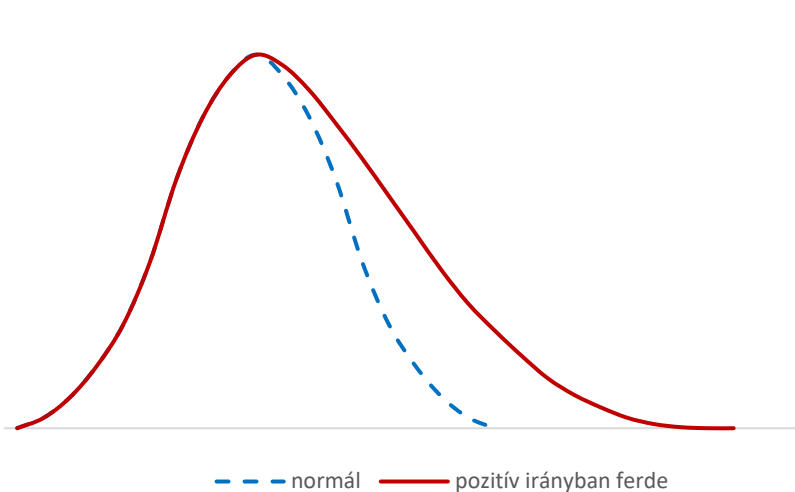
- A természet- és társadalomtudományokban vizsgált tulajdonságok nagy részének eloszlása jól leírható vele (főként a central limit theorem miatt)
- A statisztikai próbák nagy része valamilyen szempontból feltételezi a normál eloszlást



Eltérés a normál eloszlástól

Ferdeség (skewness):

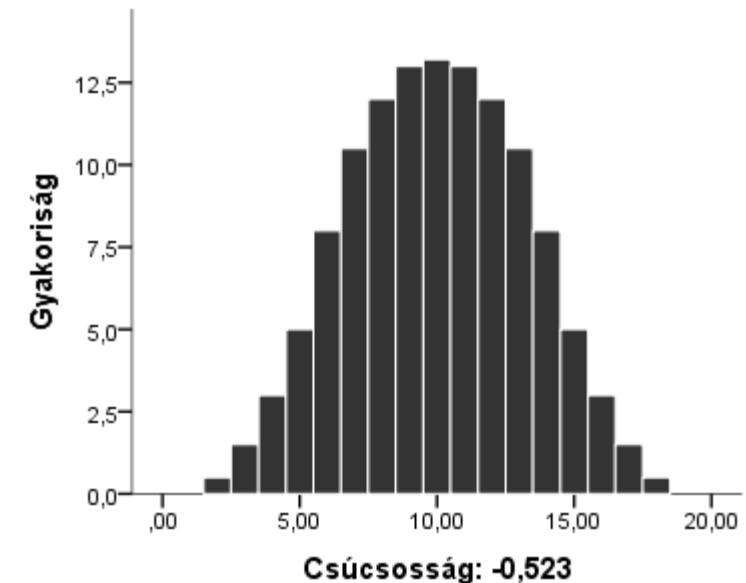
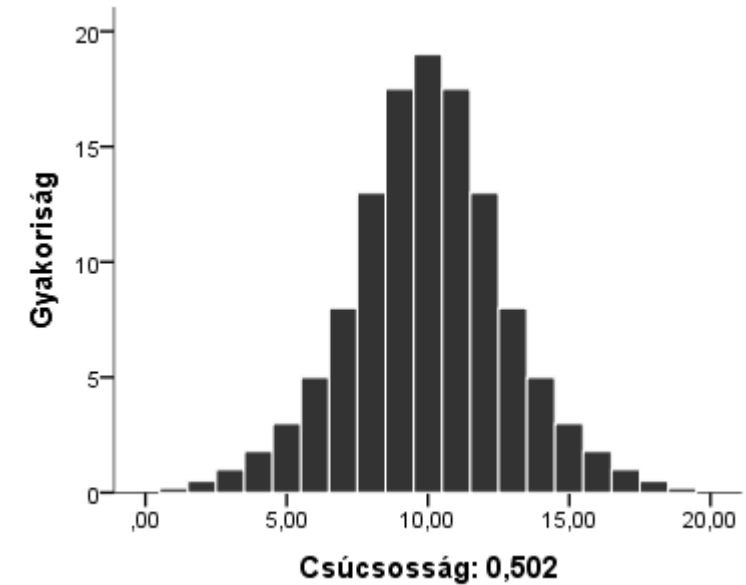
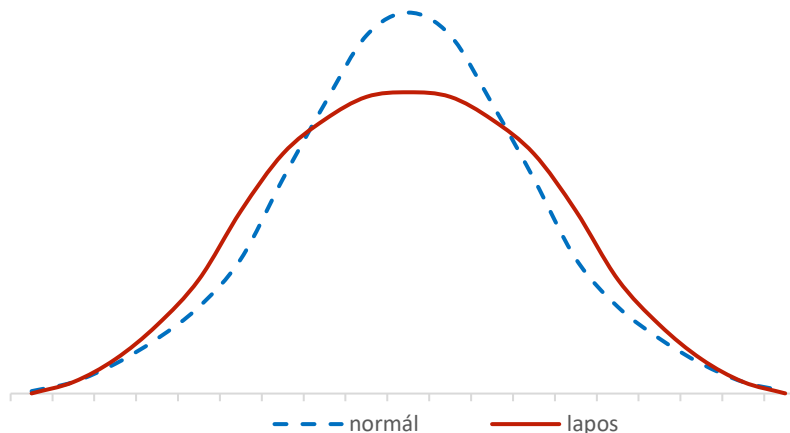
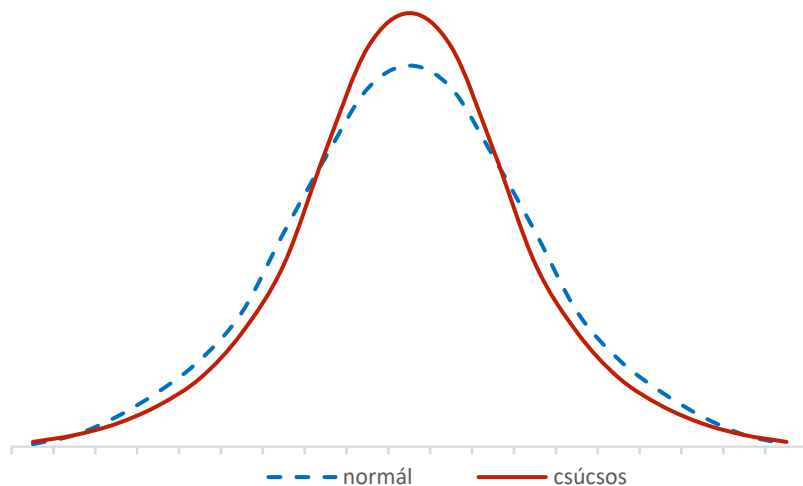
- A normál eloszlás ferdesége 0 (szimmetrikus)
- Pozitív ferdeség: az az eloszlásgörbe pozitív irányba nyúlik el
- Negatív ferdeség: az eloszlásgörbe negatív irányba nyúlik el
- Értéke az egész számegyenesen értelmezett, de ± 3 -at ritkán haladja meg

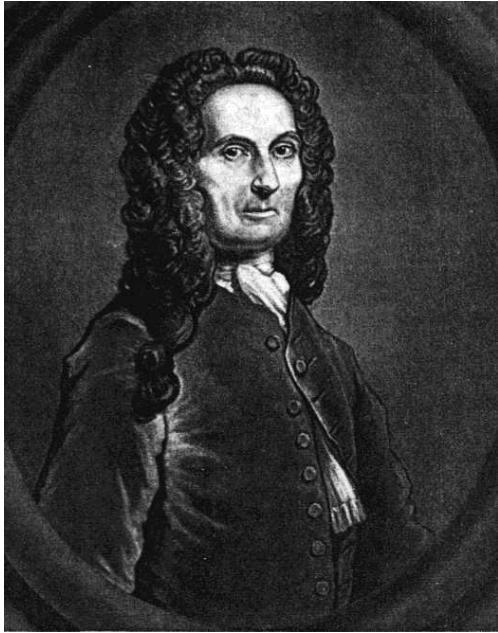


Eltérés a normál eloszlástól

Csúcsosság (kurtosis):

- A normál eloszlás csúcsossága 0
- Pozitív csúcsosság: az eloszlásgörbe csúcsos
- Negatív csúcsosság: az eloszlásgörbe lapos
- Értéke az egész számegyenesen értelmezett, de ± 3 -at ritkán haladja meg
- Az eloszlásgörbe csúcsossága és a szórás között negatív összefüggés van: minél csúcsosabb az eloszlásgörbe, annál kisebb a minta szórása





Abraham de Moivre először tesz említést a normál eloszlásról és a central limit theoremről (1738)



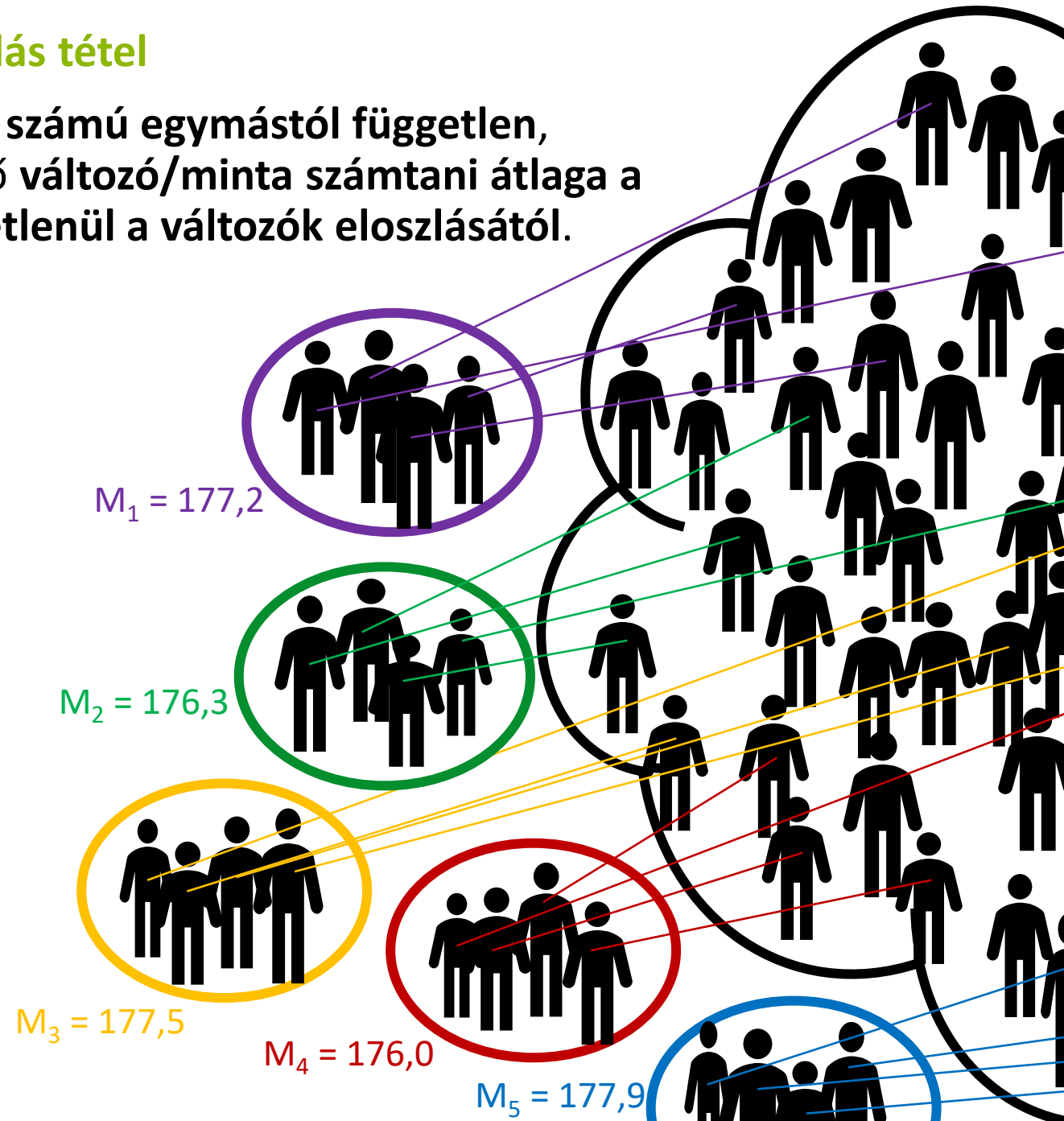
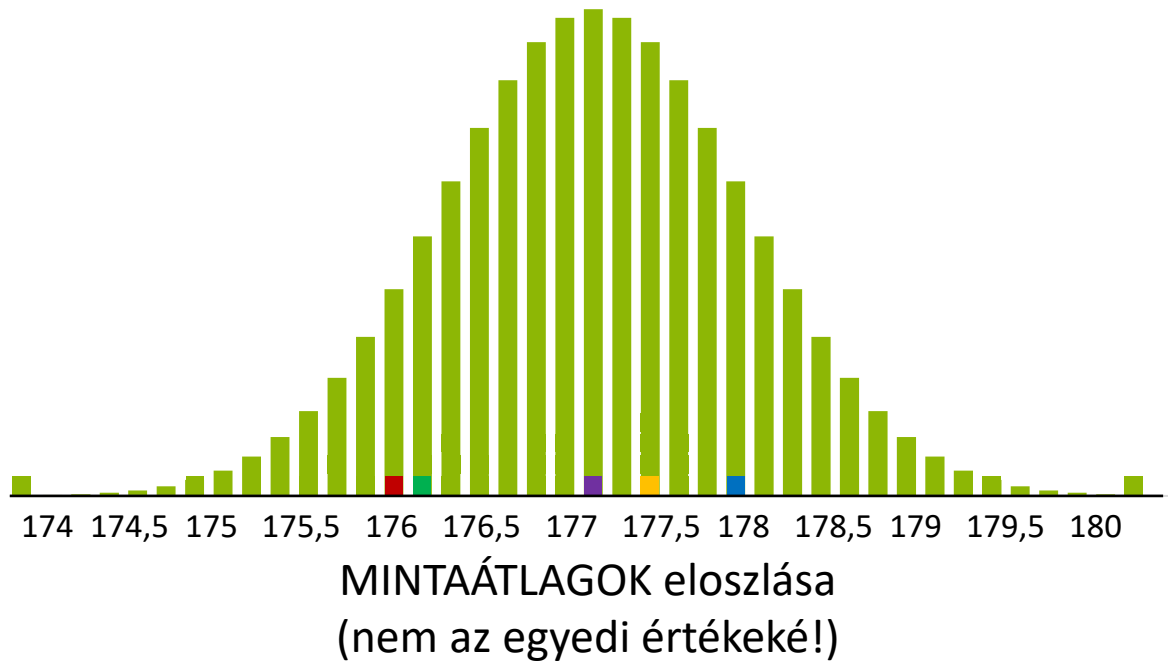
Carl Friedrich Gauss vezeti be a normál eloszlás fogalmát, és adja meg matematikai jellemzőit (1809)



Pierre-Simon Laplace adja meg számítási módját, és bizonyítja a central limit theorem-et (1810)

Central limit theorem vagy központi határeloszlás tétele

Adott feltételek teljesülése esetén **kellően nagy számú egymástól független**, meghatározható átlaggal és szórással rendelkező **változó/minta** számtani átlaga a populációban normál eloszláshoz közelít, függetlenül a változók eloszlásától.



Central limit theorem vagy központi határeloszlás tétel

Adott feltételek teljesülése esetén **kellően nagy számú egymástól független**, meghatározható átlaggal és szórással rendelkező **változó/minta számtani átlaga a populációban normál eloszláshoz közelít, függetlenül a változók eloszlásától.**

Emberi nyelven:

Ha kellően sok, kellően nagy mintát veszünk egy akármilyen populációból, a mintaátlagok eloszlása normáleloszláshoz fog közelíteni.

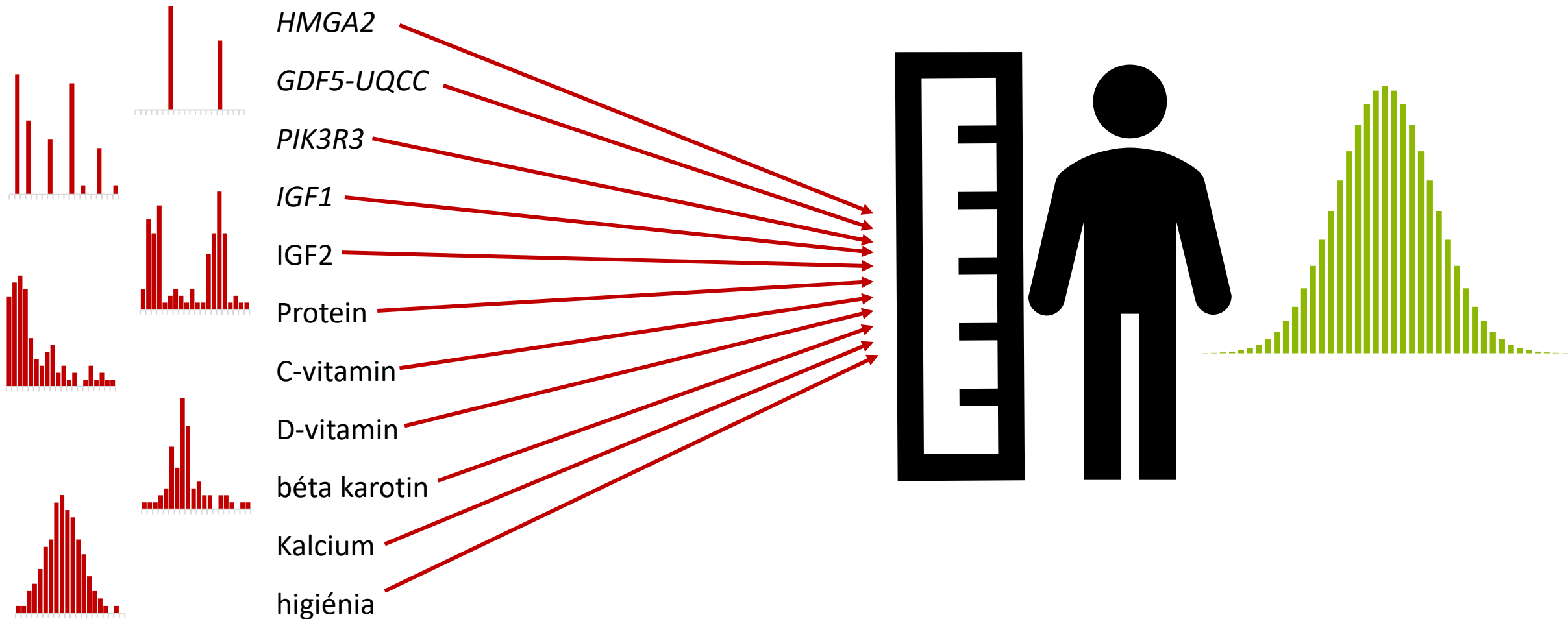
Ez fontos a normalitás szempontjából & később visszatérünk rá.

Másik fontos következmény: az olyan tulajdonságok, melyek sok tényező eredményeként jönnek létre, általában normál eloszlást követnek.

Például a magasságot sok gén (kb. 60%) és sok környezeti faktor (kb. 40%) együttesen határozza meg.

Függetlenül a gének és környezeti faktorok populációbeli előfordulásának eloszlásától, a gének és faktorok közös eredményeként előálló magasság megközelítőleg normál eloszlást fog követni.

Ezeknek a változóknak lehet nagyon más eloszlása; lehetnek normál eloszlásúak, csúcsosak, ferdék, multimodálisak, diszkrététek, dichotómak...

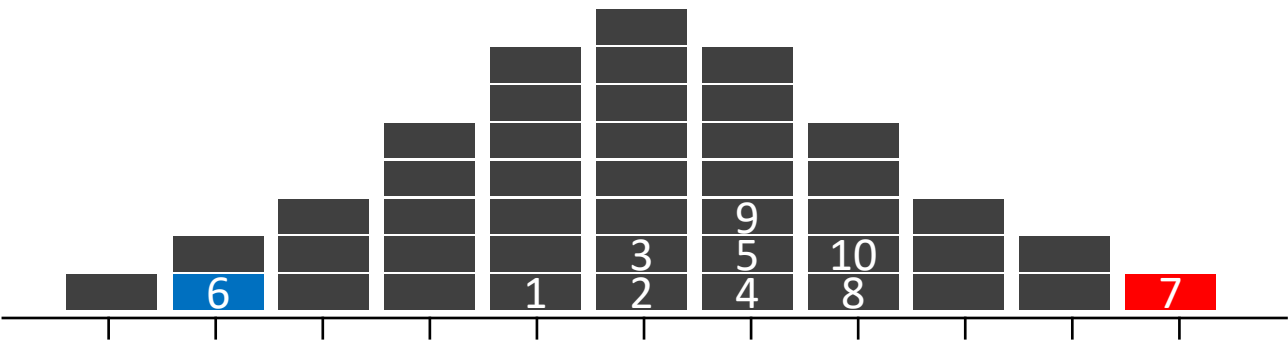


A példa kedvéért egyszerűsítsünk a dolgokon, tegyük fel, hogy minden tulajdonság dichotóm (csak alacsony és magas variáns létezik belőle)

Középtájt elhelyezkedő értékek sokféle kombinációból kialakulhatnak.

A szélsőségek nem: nagyon alacsony csak akkor lehet valaki, ha (majdnem) minden értéke alacsony.

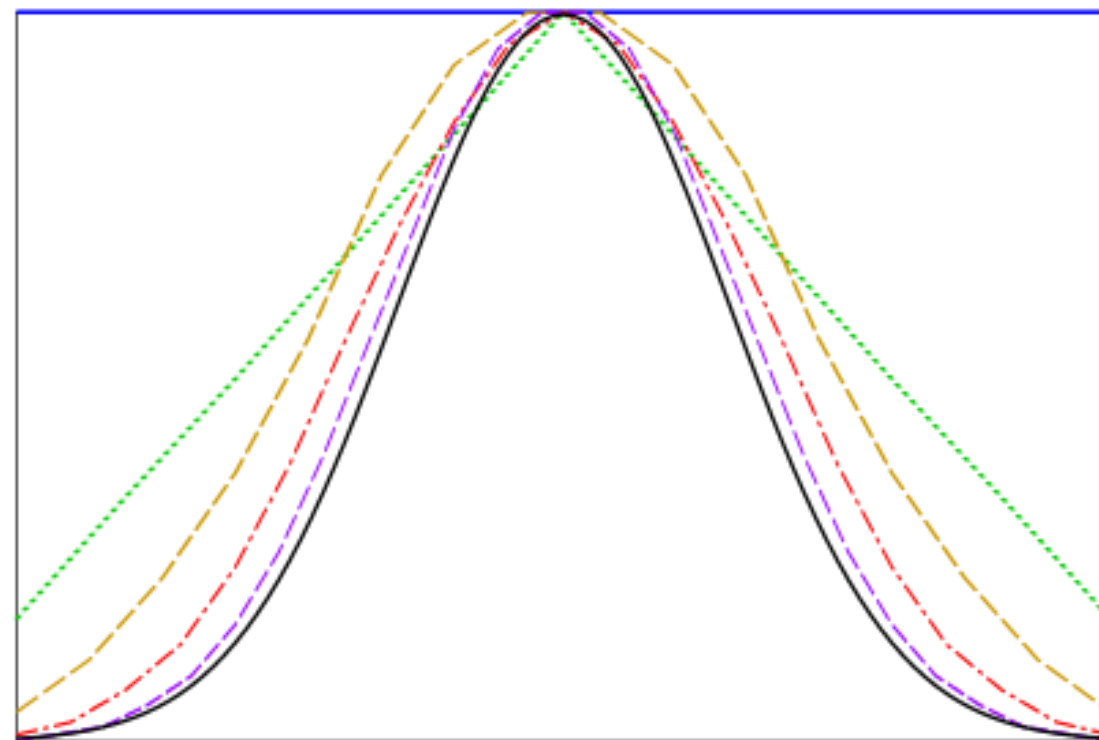
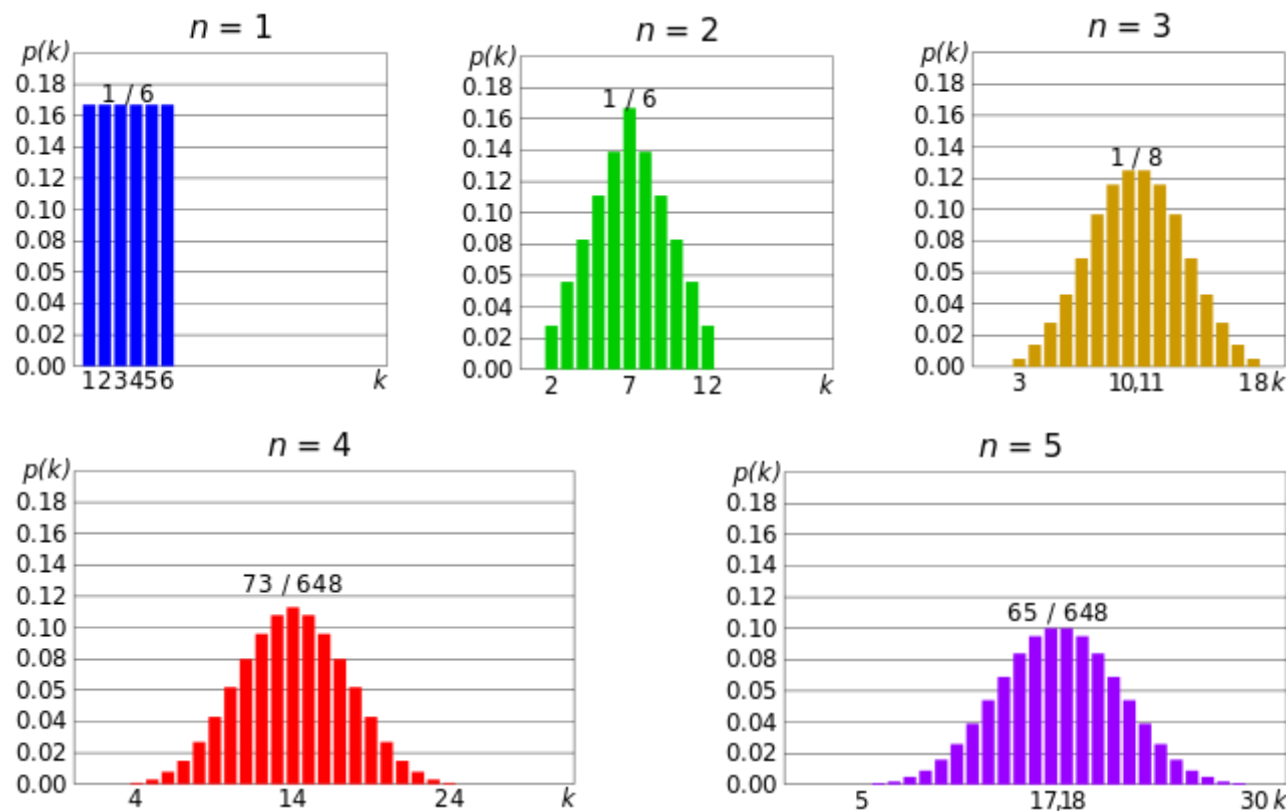
	HMGA2	GDF5	PIK3R3	IGF1	IGF2	protein	C-vitamin	D-vitamin	B.-karotin	kalcium	higiénia
1	M	A	M	A	A	M	A	A	A	M	A
2	A	A	M	M	M	A	A	M	M	A	A
3	M	M	M	M	M	A	A	A	A	A	A
4	M	A	A	A	A	A	M	M	M	M	M
5	A	A	M	M	M	M	A	A	A	M	M
6	A	A	A	A	A	M	A	A	A	A	A
7	M	M	M	M	M	M	M	A	M	M	M
8	M	A	M	M	M	A	M	M	M	A	A
9	A	A	A	M	M	M	M	M	M	A	A
10	A	M	M	M	A	M	A	M	A	M	M



Minta mérete

Minél több elemből áll össze egy minta, annál inkább fog az elemek átlagának eloszlása a normál görbéhez közelíteni (szerencsére a pszichológiában mért dolgok általában soktényezősök)

Az alábbi példa 1, 2, 3, 4, 5 db dobókocka összegének eloszlását tartalmazza. Látható, hogy minél több a faktor (itt a dobókockák száma) annál inkább hasonlít az eloszlás a haranggörbe alakra.



By Cmglee (Own work) CC BY-SA 3.0 via Wikimedia Commons

Normál eloszlás a valóságban



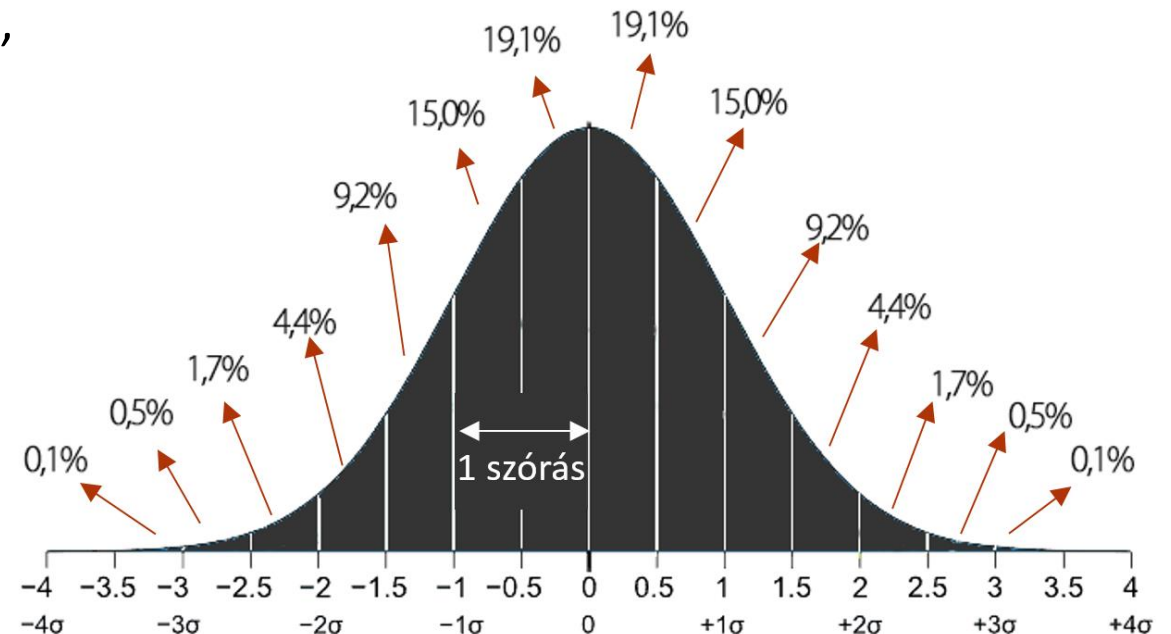
Normál eloszlás – z-érték – valószínűségek

Az **általános (standard) normál eloszlás** pontjait (az X-tengely értékeit) Z-értékeknek nevezzük

A Z-értékekhez hozzá lehet rendelni az adott terület előfordulási valószínűségét, ezeket táblázatba foglalták.

Z-érték, normál érték vagy **standardizált érték** egy skálázatlan mérőszám, megadja, hogy a **nyers pontszám** hány szórásnyira van az átlagtól

- $Z=0$: az a pont, amely az átlagtól 0 szórásnyira van, középen helyezkedik el (megegyezik az átlaggal)
- $Z=-1$: az a pont, amely az átlagtól 1 szórásnyi távolságra van negatív irányban
- $Z=-2$: az a pont, amely az átlagtól 2 szórásnyi távolságra van negatív irányban
- $Z=1$: az a pont, amely az átlagtól 1 szórásnyi távolságra van pozitív irányban



A Z-értékek átlaga=0 és szórása=1

Felső sorban Z-értékek, alatta szórások

Negatív tartomány

Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
-3.9	.00005	.00005	.00004	.00004	.00004	.00004	.00004	.00004	.00003	.00003
-3.8	.00007	.00007	.00007	.00006	.00006	.00006	.00006	.00005	.00005	.00005
-3.7	.00011	.00010	.00010	.00010	.00009	.00009	.00008	.00008	.00008	.00008
-3.6	.00016	.00015	.00015	.00014	.00014	.00013	.00013	.00012	.00012	.00011
-3.5	.00023	.00022	.00022	.00021	.00020	.00019	.00019	.00018	.00017	.00017
-3.4	.00034	.00032	.00031	.00030	.00029	.00028	.00027	.00026	.00025	.00024
-3.3	.00048	.00047	.00045	.00043	.00042	.00040	.00039	.00038	.00036	.00035
-3.2	.00069	.00066	.00064	.00062	.00060	.00058	.00056	.00054	.00052	.00050
-3.1	.00097	.00094	.00090	.00087	.00084	.00082	.00079	.00076	.00074	.00071
-3.0	.00135	.00131	.00126	.00122	.00118	.00114	.00111	.00107	.00104	.00100
-2.9	.00187	.00181	.00175	.00169	.00164	.00159	.00154	.00149	.00144	.00139
-2.8	.00256	.00248	.00240	.00233	.00226	.00219	.00212	.00205	.00199	.00193
-2.7	.00347	.00336	.00326	.00317	.00307	.00298	.00289	.00280	.00272	.00264
-2.6	.00466	.00453	.00440	.00427	.00415	.00402	.00391	.00379	.00368	.00357
-2.5	.00621	.00604	.00587	.00570	.00554	.00539	.00523	.00508	.00494	.00480
-2.4	.00820	.00798	.00776	.00755	.00734	.00714	.00695	.00676	.00657	.00639
-2.3	.01072	.01044	.01017	.00990	.00964	.00939	.00914	.00889	.00866	.00842
-2.2	.01390	.01355	.01321	.01287	.01255	.01222	.01191	.01160	.01130	.01101
-2.1	.01786	.01743	.01700	.01659	.01618	.01578	.01539	.01500	.01463	.01426
-2.0	.02275	.02222	.02169	.02118	.02068	.02018	.01970	.01923	.01876	.01831
-1.9	.02872	.02807	.02743	.02680	.02619	.02559	.02500	.02442	.02385	.02330
-1.8	.03593	.03515	.03438	.03362	.03288	.03216	.03144	.03074	.03005	.02938
-1.7	.04457	.04363	.04272	.04182	.04093	.04006	.03920	.03836	.03754	.03673
-1.6	.05480	.05370	.05262	.05155	.05050	.04947	.04846	.04746	.04648	.04551
-1.5	.06681	.06552	.06426	.06301	.06178	.06057	.05938	.05821	.05705	.05592
-1.4	.08076	.07927	.07780	.07636	.07493	.07353	.07215	.07078	.06944	.06811
-1.3	.09680	.09510	.09342	.09176	.09012	.08851	.08691	.08534	.08379	.08226
-1.2	.11507	.11314	.11123	.10935	.10749	.10565	.10383	.10204	.10027	.09853
-1.1	.13567	.13350	.13136	.12924	.12714	.12507	.12302	.12100	.11900	.11702
-1.0	.15866	.15625	.15386	.15151	.14917	.14686	.14457	.14231	.14007	.13786
-0.9	.18406	.18141	.17879	.17619	.17361	.17106	.16853	.16602	.16354	.16109
-0.8	.21186	.20897	.20611	.20327	.20045	.19766	.19489	.19215	.18943	.18673
-0.7	.24196	.23885	.23576	.23270	.22965	.22663	.22363	.22065	.21770	.21476
-0.6	.27425	.27093	.26763	.26435	.26109	.25785	.25463	.25143	.24825	.24510
-0.5	.30854	.30503	.30153	.29806	.29460	.29116	.28774	.28434	.28096	.27760
-0.4	.34458	.34090	.33724	.33360	.32997	.32636	.32276	.31918	.31561	.31207
-0.3	.38209	.37828	.37448	.37070	.36693	.36317	.35942	.35569	.35197	.34827
-0.2	.42074	.41683	.41294	.40905	.40517	.40129	.39743	.39358	.38974	.38591
-0.1	.46017	.45620	.45224	.44828	.44433	.44038	.43644	.43251	.42858	.42465
-0.0	.50000	.49601	.49202	.48803	.48405	.48006	.47608	.47210	.46812	.46414

Pozitív tartomány

Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.50000	.50399	.50798	.51197	.51595	.51994	.52392	.52790	.53188	.53586
0.1	.53983	.54380	.54776	.55172	.55567	.55962	.56356	.56749	.57142	.57535
0.2	.57926	.58317	.58706	.59095	.59483	.59871	.60257	.60642	.61026	.61409
0.3	.61791	.62172	.62552	.62930	.63307	.63683	.64058	.64431	.64803	.65173
0.4	.65542	.65910	.66276	.66640	.67003	.67364	.67724	.68082	.68439	.68793
0.5	.69146	.69497	.69847	.70194	.70540	.70884	.71226	.71566	.71904	.72240
0.6	.72575	.72907	.73237	.73565	.73891	.74215	.74537	.74857	.75175	.75490
0.7	.75804	.76115	.76424	.76730	.77035	.77337	.77637	.77935	.78230	.78524
0.8	.78814	.79103	.79389	.79673	.79955	.80234	.80511	.80785	.81057	.81327
0.9	.81594	.81859	.82121	.82381	.82639	.82894	.83147	.83398	.83646	.83891
1.0	.84134	.84375	.84614	.84849	.85083	.85314	.85543	.85769	.85993	.86214
1.1	.86433	.86650	.86864	.87076	.87286	.87493	.87698	.87900	.88100	.88298
1.2	.88493	.88686	.88877	.89065	.89251	.89435	.89617	.89796	.89973	.90147
1.3	.90320	.90490	.90658	.90824	.90988	.91149	.91309	.91466	.91621	.91774
1.4	.91924	.92073	.92220	.92364	.92507	.92647	.92785	.92922	.93056	.93189
1.5	.93319	.93448	.93574	.93699	.93822	.93943	.94062	.94179	.94295	.94408
1.6	.94520	.94630	.94738	.94845	.94950	.95053	.95154	.95254	.95352	.95449
1.7	.95543	.95637	.95728	.95818	.95907	.95994	.96080	.96164	.96246	.96327
1.8	.96407	.96485	.96562	.96638	.96712	.96784	.96856	.96926	.96995	.97062
1.9	.97128	.97193	.97257	.97320	.97381	.97441	.97500	.97558	.97615	.97670
2.0	.97725	.97778	.97831	.97882	.97932	.97982	.98030	.98077	.98124	.98169
2.1	.98214	.98257	.98300	.98341	.98382	.98422	.98461	.98500	.98537	.98574
2.2	.98610	.98645	.98679	.98713	.98745	.98778	.98809	.98840	.98870	.98899
2.3	.98928	.98956	.98983	.99010	.99036	.99061	.99086	.99111	.99134	.99158
2.4	.99180	.99202	.99224	.99245	.99266	.99286	.99305	.99324	.99343	.99361
2.5	.99379	.99396	.99413	.99430	.99446	.99461	.99477	.99492	.99506	.99520
2.6	.99534	.99547	.99560	.99573	.99585	.99598	.99609	.99621	.99632	.99643
2.7	.99653	.99664	.99674	.99683	.99693	.99702	.99711	.99720	.99728	.99736
2.8	.99744	.99752	.99760	.99767	.99774	.99781	.99788	.99795	.99801	.99807
2.9	.99813	.99819	.99825	.99831	.99836	.99841	.99846	.99851	.99856	.99861
3.0	.99865	.99869	.99874	.99878	.99882	.99886	.99889	.99893	.99896	.99900
3.1	.99903	.99906	.99910	.99913	.99916	.99918	.99921	.99924	.99926	.99929
3.2	.99931	.99934	.99936	.99938	.99940	.99942	.99944	.99946	.99948	.99950
3.3	.99952	.99953	.99955	.99957	.99958	.99960	.99961	.99962	.99964	.99965
3.4	.99966	.99968	.99969	.99970	.99971	.99972	.99973	.99974	.99975	.99976
3.5	.99977	.99978	.99978	.99979	.99980	.99981	.99981	.99982	.99983	.99983
3.6	.99984	.99985	.99985	.99986	.99986	.99987	.99987	.99988	.99988	.99989
3.7	.99989	.99990	.99990	.99990	.99991	.99991	.99992	.99992	.99992	.99992
3.8	.99993	.99993	.99993	.99994	.99994	.99994	.99994	.99995	.99995	.99995
3.9	.99995	.99995	.99996	.99996	.99996	.99996	.99996	.99996	.99997	.99997

Negatív tartomány

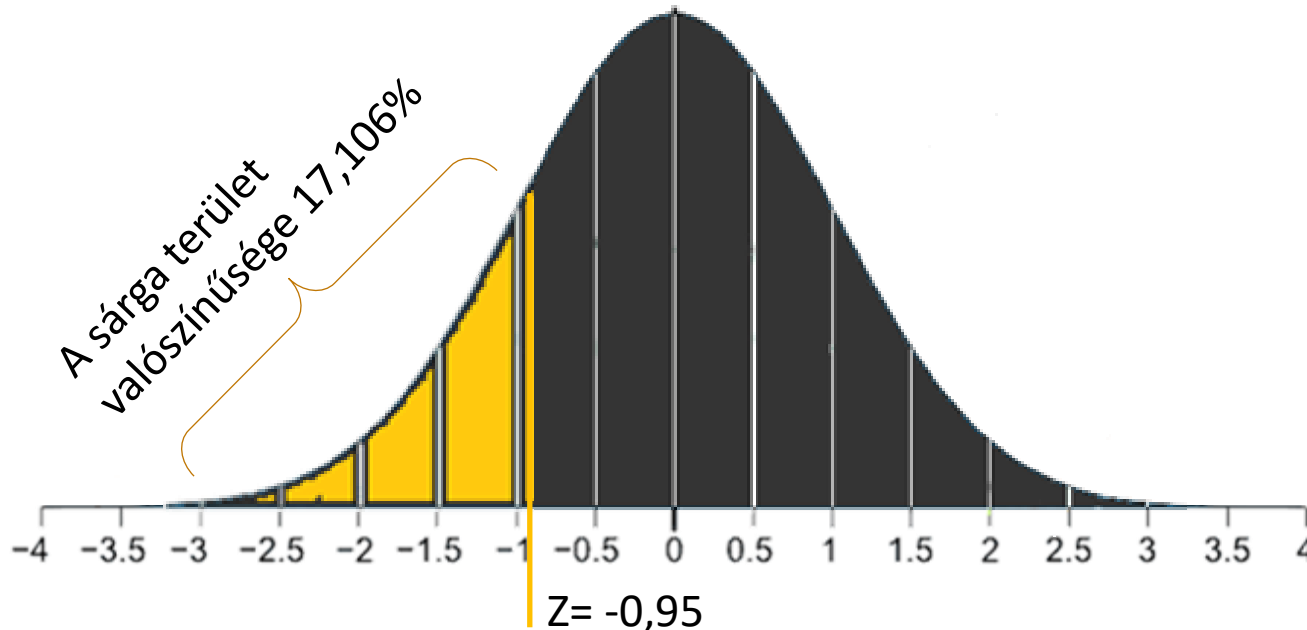
Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
-3.9	.00005	.00005	.00004	.00004	.00004	.00004	.00004	.00004	.00003	.00003
-3.8	.00007	.00007	.00007	.00006	.00006	.00006	.00006	.00005	.00005	.00005
-3.7	.00011	.00010	.00010	.00010	.00009	.00009	.00008	.00008	.00008	.00008
-3.6	.00016	.00015	.00015	.00014	.00014	.00013	.00013	.00012	.00012	.00011
-3.5	.00023	.00022	.00022	.00021	.00020	.00019	.00019	.00018	.00017	.00017
-3.4	.00034	.00032	.00031	.00030	.00029	.00028	.00027	.00026	.00025	.00024
-3.3	.00048	.00047	.00045	.00043	.00042	.00040	.00039	.00038	.00036	.00035
-3.2	.00069	.00066	.00064	.00062	.00060	.00058	.00056	.00054	.00052	.00050
-3.1	.00097	.00094	.00090	.00087	.00084	.00082	.00079	.00076	.00074	.00071
-3.0	.00135	.00131	.00126	.00122	.00118	.00114	.00111	.00107	.00104	.00100
-2.9	.00187	.00181	.00175	.00169	.00164	.00159	.00154	.00149	.00144	.00139
-2.8	.00256	.00248	.00240	.00233	.00226	.00219	.00212	.00205	.00199	.00193
-2.7	.00347	.00336	.00326	.00317	.00307	.00298	.00289	.00280	.00272	.00264
-2.6	.00466	.00453	.00440	.00427	.00415	.00402	.00391	.00379	.00368	.00357
-2.5	.00621	.00604	.00587	.00570	.00554	.00539	.00523	.00508	.00494	.00480
-2.4	.00820	.00798	.00776	.00755	.00734	.00714	.00695	.00676	.00657	.00639
-2.3	.01072	.01044	.01017	.00990	.00964	.00939	.00914	.00889	.00866	.00842
-2.2	.01390	.01355	.01321	.01287	.01255	.01222	.01191	.01160	.01130	.01101
-2.1	.01786	.01743	.01700	.01659	.01618	.01578	.01539	.01500	.01463	.01426
-2.0	.02275	.02222	.02169	.02118	.02068	.02018	.01970	.01923	.01876	.01831
-1.9	.02872	.02807	.02743	.02680	.02619	.02559	.02500	.02442	.02385	.02330
-1.8	.03593	.03515	.03438	.03362	.03288	.03216	.03144	.03074	.03005	.02938
-1.7	.04457	.04363	.04272	.04182	.04093	.04006	.03920	.03836	.03754	.03673
-1.6	.05480	.05370	.05262	.05155	.05050	.04947	.04846	.04746	.04648	.04551
-1.5	.06681	.06552	.06426	.06301	.06178	.06057	.05938	.05821	.05705	.05592
-1.4	.08076	.07927	.07780	.07636	.07493	.07353	.07215	.07078	.06944	.06811
-1.3	.09680	.09510	.09342	.09176	.09012	.08851	.08691	.08534	.08379	.08226
-1.2	.11507	.11314	.11123	.10935	.10749	.10565	.10383	.10204	.10027	.09853
-1.1	.13567	.13350	.13136	.12924	.12714	.12507	.12302	.12100	.11900	.11702
-1.0	.15866	.15625	.15386	.15151	.14917	.14686	.14457	.14231	.14007	.13786
-0.9	.18406	.18141	.17879	.17619	.17361	.17106	.16853	.16602	.16354	.16109
-0.8	.21186	.20897	.20611	.20327	.20045	.19766	.19489	.19215	.18943	.18673
-0.7	.24196	.23885	.23576	.23270	.22965	.22663	.22363	.22065	.21770	.21476
-0.6	.27425	.27093	.26763	.26435	.26109	.25785	.25463	.25143	.24825	.24510
-0.5	.30854	.30503	.30153	.29806	.29460	.29116	.28774	.28434	.28096	.27760
-0.4	.34458	.34090	.33724	.33360	.32997	.32636	.32276	.31918	.31561	.31207
-0.3	.38209	.37828	.37448	.37070	.36693	.36317	.35942	.35569	.35197	.34827
-0.2	.42074	.41683	.41294	.40905	.40517	.40129	.39743	.39358	.38974	.38591
-0.1	.46017	.45620	.45224	.44828	.44433	.44038	.43644	.43251	.42858	.42465
-0.0	.50000	.49601	.49202	.48803	.48405	.48006	.47608	.47210	.46812	.46414

Pozitív tartomány

Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.50000	.50399	.50798	.51197	.51595	.51994	.52392	.52790	.53188	.53586
0.1	.53983	.54380	.54776	.55172	.55567	.55962	.56356	.56749	.57142	.57535
0.2	.57926	.58317	.58706	.59095	.59483	.59871	.60257	.60642	.61026	.61409
0.3	.61791	.62172	.62552	.62930	.63307	.63683	.64058	.64431	.64803	.65173
0.4	.65542	.65910	.66276	.66640	.67003	.67364	.67724	.68082	.68439	.68793
0.5	.69146	.69497	.69847	.70194	.70540	.70884	.71226	.71566	.71904	.72240
0.6	.72575	.72907	.73237	.73565	.73891	.74215	.74537	.74857	.75175	.75490
0.7	.75804	.76115	.76424	.76730	.77035	.77337	.77637	.77935	.78230	.78524
0.8	.78814	.79103	.79389	.79673	.79955	.80234	.80511	.80785	.81057	.81327
0.9	.81594	.81859	.82121	.82381	.82639	.82894	.83147	.83398	.83646	.83891
1.0	.84134	.84375	.84614	.84849	.85083	.85314	.85543	.85769	.85993	.86214
1.1	.86433	.86650	.86864	.87076	.87286	.87493	.87698	.87900	.88100	.88298
1.2	.88493	.88686	.88877	.89065	.89251	.89435	.89617	.89796	.89973	.90147
1.3	.90320	.90490	.90658	.90824	.90988	.91149	.91309	.91466	.91621	.91774
1.4	.91924	.92073	.92220	.92364	.92507	.92647	.92785	.92922	.93056	.93189
1.5	.93319	.93448	.93574	.93699	.93822	.93943	.94062	.94179	.94295	.94408
1.6	.94520	.94630	.94738	.94845	.94950	.95053	.95154	.95254	.95352	.95449
1.7	.95543	.95637	.95728	.95818	.95907	.95994	.96080	.96164	.96246	.96327
1.8	.96407	.96485	.96562	.96638	.96712	.96784	.96856	.96926	.96995	.97062
1.9	.97128	.97193	.97257	.97320	.97381	.97441	.97500	.97558	.97615	.97670
2.0	.97725	.97778	.97831	.97882	.97932	.97982	.98030	.98077	.98124	.98169
2.1	.98214	.98257	.98300	.98341	.98382	.98422	.98461	.98500	.98537	.98574
2.2	.98610	.98645	.98679	.98713	.98745	.98778	.98809	.98840	.98870	.98899
2.3	.98928	.98956	.98983	.99010	.99036	.99061	.99086	.99111	.99134	.99158
2.4	.99180	.99202	.99224	.99245	.99266	.99286	.99305	.99324	.99343	.99361
2.5	.99379	.99396	.99413	.99430	.99446	.99461	.99477	.99492	.99506	.99520
2.6	.99534	.99547	.99560	.99573	.99585	.99598	.99609	.99621	.99632	.99643
2.7	.99653	.99664	.99674	.99683	.99693	.99702	.99711	.99720	.99728	.99736
2.8	.99744	.99752	.99760	.99767	.99774	.99781	.99788	.99795	.99801	.99807
2.9	.99813	.99819	.99825	.99831	.99836	.99841	.99846	.99851	.99856	.99861
3.0	.99865	.99869	.99874	.99878	.99882	.99886	.99889	.99893	.99896	.99900
3.1	.99903	.99906	.99910	.99913	.99916	.99918	.99921	.99924	.99926	.99929
3.2	.99931	.99934	.99936	.99938	.99940	.99942	.99944	.99946	.99948	.99950
3.3	.99952	.99953	.99955	.99957	.99958	.99960	.99961	.99962	.99964	.99965
3.4	.99966	.99968	.99969	.99970	.99971	.99972	.99973	.99974	.99975	.99976
3.5	.99977	.99978	.99978	.99979	.99980	.99981	.99981	.99982	.99983	.99983
3.6	.99984	.99985	.99985	.99986	.99986	.99987	.99987	.99988	.99988	.99989
3.7	.99989	.99990	.99990	.99990	.99991	.99991	.99992	.99992	.99992	.99992
3.8	.99993	.99993	.99993	.99994	.99994	.99994	.99994	.99995	.99995	.99995
3.9	.99995	.99995	.99996	.99996	.99996	.99996	.99996	.99996	.99997	.99997

Normál eloszlás – z-érték – valószínűségek

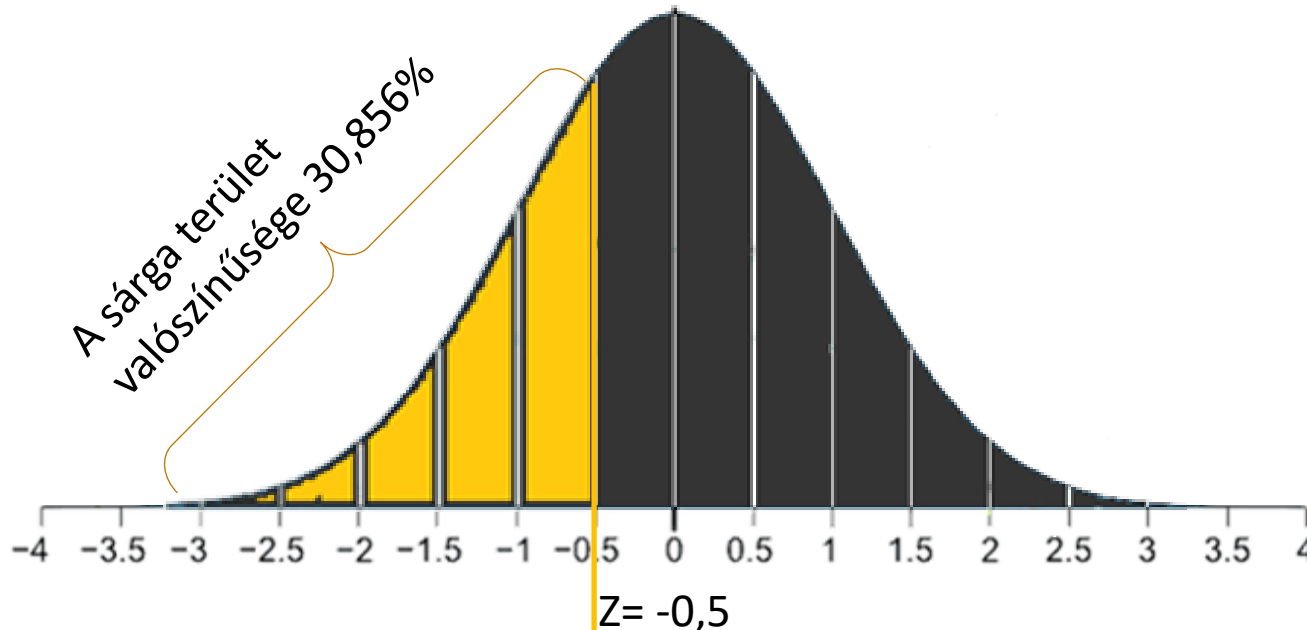
- Többfajta Z-tábla létezik, mi olyat használunk, mely az adott Z-értéktől BALRA lévő rész valószínűségét adja meg.
- A sorból kell kikeresni az első tizedes jegyig, az oszlopból a második tizedesjegyig a Z-értéket.
- Például a -0,95-ös z-értékhez
- 0,17106-ös (17,106%-os) valószínűség tartozik: 17,106%-nak van -0,95-nél alacsonyabb z-értéke



Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
-3.9	.00005	.00005	.00004	.00004	.00004	.00004	.00004	.00004	.00003	.00003
-3.8	.00007	.00007	.00007	.00006	.00006	.00006	.00006	.00005	.00005	.00005
-3.7	.00011	.00010	.00010	.00010	.00009	.00009	.00008	.00008	.00008	.00008
-3.6	.00016	.00015	.00015	.00014	.00014	.00013	.00013	.00012	.00012	.00011
-3.5	.00023	.00022	.00022	.00021	.00020	.00019	.00019	.00018	.00017	.00017
-3.4	.00034	.00032	.00031	.00030	.00029	.00028	.00027	.00026	.00025	.00024
-3.3	.00048	.00047	.00045	.00043	.00042	.00040	.00039	.00038	.00036	.00035
-3.2	.00069	.00066	.00064	.00062	.00060	.00058	.00056	.00054	.00052	.00050
-3.1	.00097	.00094	.00090	.00087	.00084	.00082	.00079	.00076	.00074	.00071
-3.0	.00135	.00131	.00126	.00122	.00118	.00114	.00111	.00107	.00104	.00100
-2.9	.00187	.00181	.00175	.00169	.00164	.00159	.00154	.00149	.00144	.00139
-2.8	.00256	.00248	.00240	.00233	.00226	.00219	.00212	.00205	.00199	.00193
-2.7	.00347	.00336	.00326	.00317	.00307	.00298	.00289	.00280	.00272	.00264
-2.6	.00466	.00453	.00440	.00427	.00415	.00402	.00391	.00379	.00368	.00357
-2.5	.00621	.00604	.00587	.00570	.00554	.00539	.00523	.00508	.00494	.00480
-2.4	.00820	.00798	.00776	.00755	.00734	.00714	.00695	.00676	.00657	.00639
-2.3	.01072	.01044	.01017	.00990	.00964	.00939	.00914	.00889	.00866	.00842
-2.2	.01390	.01355	.01321	.01287	.01255	.01222	.01191	.01160	.01130	.01101
-2.1	.01786	.01743	.01700	.01659	.01618	.01578	.01539	.01500	.01463	.01426
-2.0	.02275	.02222	.02169	.02118	.02068	.02018	.01970	.01923	.01876	.01831
-1.9	.02872	.02807	.02743	.02680	.02619	.02559	.02500	.02442	.02385	.02330
-1.8	.03593	.03515	.03438	.03362	.03288	.03216	.03144	.03074	.03005	.02938
-1.7	.04457	.04363	.04272	.04182	.04093	.04006	.03920	.03836	.03754	.03673
-1.6	.05480	.05370	.05262	.05155	.05050	.04947	.04846	.04746	.04648	.04551
-1.5	.06681	.06552	.06426	.06301	.06178	.06057	.05938	.05821	.05705	.05592
-1.4	.08076	.07927	.07780	.07636	.07493	.07353	.07215	.07078	.06944	.06811
-1.3	.09680	.09510	.09342	.09176	.09012	.08851	.08691	.08534	.08379	.08226
-1.2	.11507	.11314	.11123	.10935	.10749	.10565	.10383	.10204	.10027	.09853
-1.1	.13567	.13350	.13136	.12924	.12714	.12507	.12302	.12100	.11900	.11702
-1.0	.15866	.15625	.15386	.15151	.14917	.14686	.14457	.14231	.14007	.13786
-0.9	.18406	.18141	.17879	.17619	.17361	.17106	.16853	.16602	.16354	.16109
-0.8	.21186	.20897	.20611	.20327	.20045	.19766	.19489	.19215	.18943	.18673
-0.7	.24196	.23885	.23576	.23270	.22965	.22663	.22363	.22065	.21770	.21476
-0.6	.27425	.27093	.26763	.26435	.26109	.25785	.25463	.25143	.24825	.24510
-0.5	.30854	.30503	.30153	.29806	.29460	.29116	.28774	.28434	.28096	.27760
-0.4	.34458	.34090	.33724	.33360	.32997	.32636	.32276	.31918	.31561	.31207
-0.3	.38209	.37828	.37448	.37070	.36693	.36317	.35942	.35569	.35197	.34827
-0.2	.42074	.41683	.41294	.40905	.40517	.40129	.39743	.39358	.38974	.38591
-0.1	.46017	.45620	.45224	.44828	.44433	.44038	.43644	.43251	.42858	.42465
-0.0	.50000	.49601	.49202	.48803	.48405	.48006	.47608	.47210	.46812	.46414

Normál eloszlás – z-érték – valószínűségek

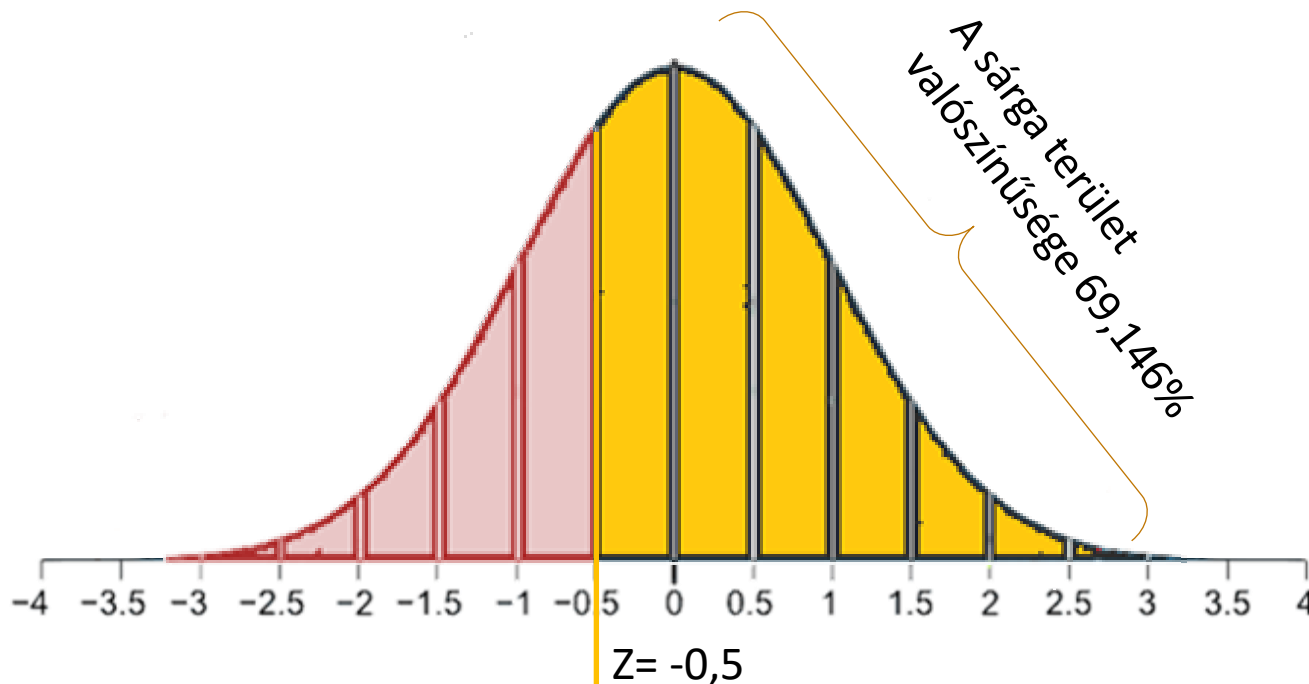
- Mennyi annak a valószínűsége, hogy valaki Z-értéke -0,5 alatt van?
- A táblázatból kikeresve a -0,5 alatti rész valószínűsége 0,30854, azaz 30,854%



Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
-3.9	.00005	.00005	.00004	.00004	.00004	.00004	.00004	.00004	.00003	.00003
-3.8	.00007	.00007	.00007	.00006	.00006	.00006	.00006	.00005	.00005	.00005
-3.7	.00011	.00010	.00010	.00010	.00009	.00009	.00008	.00008	.00008	.00008
-3.6	.00016	.00015	.00015	.00014	.00014	.00013	.00013	.00012	.00012	.00011
-3.5	.00023	.00022	.00022	.00021	.00020	.00019	.00019	.00018	.00017	.00017
-3.4	.00034	.00032	.00031	.00030	.00029	.00028	.00027	.00026	.00025	.00024
-3.3	.00048	.00047	.00045	.00043	.00042	.00040	.00039	.00038	.00036	.00035
-3.2	.00069	.00066	.00064	.00062	.00060	.00058	.00056	.00054	.00052	.00050
-3.1	.00097	.00094	.00090	.00087	.00084	.00082	.00079	.00076	.00074	.00071
-3.0	.00135	.00131	.00126	.00122	.00118	.00114	.00111	.00107	.00104	.00100
-2.9	.00187	.00181	.00175	.00169	.00164	.00159	.00154	.00149	.00144	.00139
-2.8	.00256	.00248	.00240	.00233	.00226	.00219	.00212	.00205	.00199	.00193
-2.7	.00347	.00336	.00326	.00317	.00307	.00298	.00289	.00280	.00272	.00264
-2.6	.00466	.00453	.00440	.00427	.00415	.00402	.00391	.00379	.00368	.00357
-2.5	.00621	.00604	.00587	.00570	.00554	.00539	.00523	.00508	.00494	.00480
-2.4	.00820	.00798	.00776	.00755	.00734	.00714	.00695	.00676	.00657	.00639
-2.3	.01072	.01044	.01017	.00990	.00964	.00939	.00914	.00889	.00866	.00842
-2.2	.01390	.01355	.01321	.01287	.01255	.01222	.01191	.01160	.01130	.01101
-2.1	.01786	.01743	.01700	.01659	.01618	.01578	.01539	.01500	.01463	.01426
-2.0	.02275	.02222	.02169	.02118	.02068	.02018	.01970	.01923	.01876	.01831
-1.9	.02872	.02807	.02743	.02680	.02619	.02559	.02500	.02442	.02385	.02330
-1.8	.03593	.03515	.03438	.03362	.03288	.03216	.03144	.03074	.03005	.02938
-1.7	.04457	.04363	.04272	.04182	.04093	.04006	.03920	.03836	.03754	.03673
-1.6	.05480	.05370	.05262	.05155	.05050	.04947	.04846	.04746	.04648	.04551
-1.5	.06681	.06552	.06426	.06301	.06178	.06057	.05938	.05821	.05705	.05592
-1.4	.08076	.07927	.07780	.07636	.07493	.07353	.07215	.07078	.06944	.06811
-1.3	.09680	.09510	.09342	.09176	.09012	.08851	.08691	.08534	.08379	.08226
-1.2	.11507	.11314	.11123	.10935	.10749	.10565	.10383	.10204	.10027	.09853
-1.1	.13567	.13350	.13136	.12924	.12714	.12507	.12302	.12100	.11900	.11702
-1.0	.15866	.15625	.15386	.15151	.14917	.14686	.14457	.14231	.14007	.13786
-0.9	.18406	.18141	.17879	.17619	.17361	.17106	.16853	.16602	.16354	.16109
-0.8	.21186	.20897	.20611	.20327	.20045	.19766	.19489	.19215	.18943	.18673
-0.7	.24196	.23885	.23576	.23270	.22965	.22663	.22363	.22065	.21770	.21476
-0.6	.27425	.27093	.26763	.26435	.26109	.25785	.25463	.25143	.24825	.24510
-0.5	.30854	.30503	.30153	.29806	.29460	.29116	.28774	.28434	.28096	.27760
-0.4	.34458	.34090	.33724	.33360	.32997	.32636	.32276	.31918	.31561	.31207
-0.3	.38209	.37828	.37448	.37070	.36693	.36317	.35942	.35569	.35197	.34827
-0.2	.42074	.41683	.41294	.40905	.40517	.40129	.39743	.39358	.38974	.38591
-0.1	.46017	.45620	.45224	.44828	.44433	.44038	.43644	.43251	.42858	.42465
-0.0	.50000	.49601	.49202	.48803	.48405	.48006	.47608	.47210	.46812	.46414

Normál eloszlás – z-érték – valószínűségek

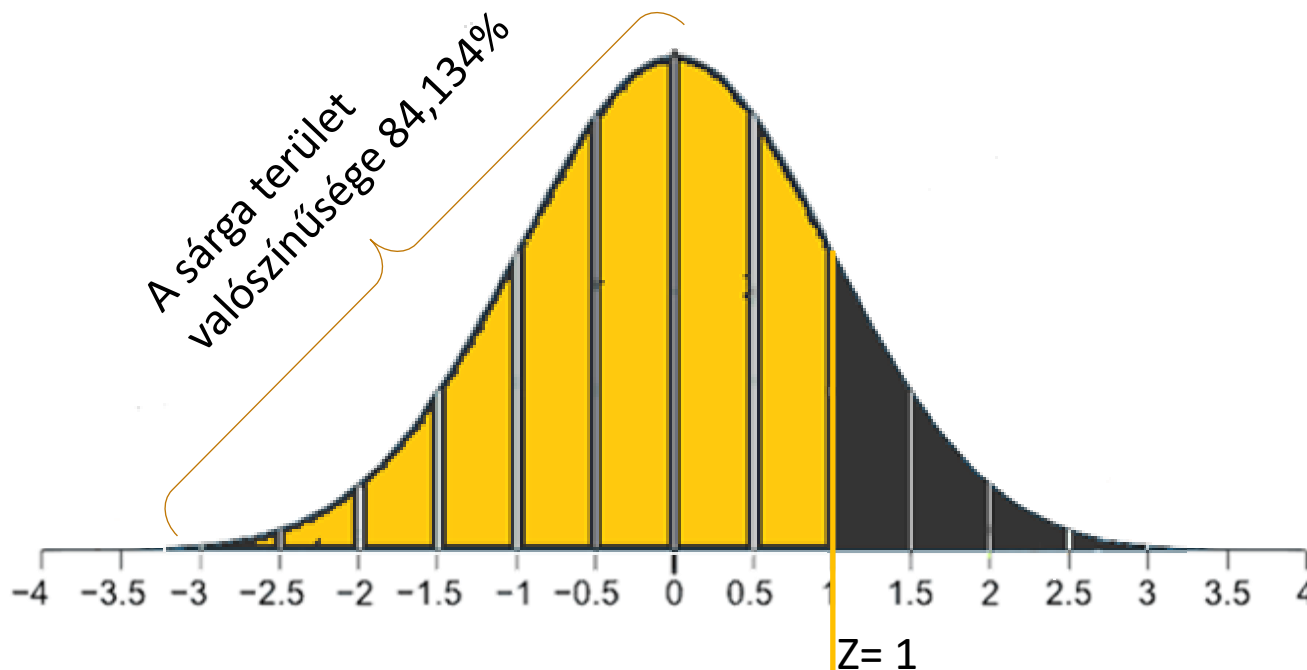
- Mennyi annak a valószínűsége, hogy valaki Z-értéke *-0,5 fölött* van?
- Az előbb már láttuk, hogy a -0,5 alatti rész: 30,854%
- A teljes számegyenes 100%
- Tehát a -0,5 fölötti rész: $100\% - 30,854\% = 69,146\%$



Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
-3.9	.00005	.00005	.00004	.00004	.00004	.00004	.00004	.00004	.00003	.00003
-3.8	.00007	.00007	.00007	.00006	.00006	.00006	.00006	.00005	.00005	.00005
-3.7	.00011	.00010	.00010	.00010	.00009	.00009	.00008	.00008	.00008	.00008
-3.6	.00016	.00015	.00015	.00014	.00014	.00013	.00013	.00012	.00012	.00011
-3.5	.00023	.00022	.00022	.00021	.00020	.00019	.00019	.00018	.00017	.00017
-3.4	.00034	.00032	.00031	.00030	.00029	.00028	.00027	.00026	.00025	.00024
-3.3	.00048	.00047	.00045	.00043	.00042	.00040	.00039	.00038	.00036	.00035
-3.2	.00069	.00066	.00064	.00062	.00060	.00058	.00056	.00054	.00052	.00050
-3.1	.00097	.00094	.00090	.00087	.00084	.00082	.00079	.00076	.00074	.00071
-3.0	.00135	.00131	.00126	.00122	.00118	.00114	.00111	.00107	.00104	.00100
-2.9	.00187	.00181	.00175	.00169	.00164	.00159	.00154	.00149	.00144	.00139
-2.8	.00256	.00248	.00240	.00233	.00226	.00219	.00212	.00205	.00199	.00193
-2.7	.00347	.00336	.00326	.00317	.00307	.00298	.00289	.00280	.00272	.00264
-2.6	.00466	.00453	.00440	.00427	.00415	.00402	.00391	.00379	.00368	.00357
-2.5	.00621	.00604	.00587	.00570	.00554	.00539	.00523	.00508	.00494	.00480
-2.4	.00820	.00798	.00776	.00755	.00734	.00714	.00695	.00676	.00657	.00639
-2.3	.01072	.01044	.01017	.00990	.00964	.00939	.00914	.00889	.00866	.00842
-2.2	.01390	.01355	.01321	.01287	.01255	.01222	.01191	.01160	.01130	.01101
-2.1	.01786	.01743	.01700	.01659	.01618	.01578	.01539	.01500	.01463	.01426
-2.0	.02275	.02222	.02169	.02118	.02068	.02018	.01970	.01923	.01876	.01831
-1.9	.02872	.02807	.02743	.02680	.02619	.02559	.02500	.02442	.02385	.02330
-1.8	.03593	.03515	.03438	.03362	.03288	.03216	.03144	.03074	.03005	.02938
-1.7	.04457	.04363	.04272	.04182	.04093	.04006	.03920	.03836	.03754	.03673
-1.6	.05480	.05370	.05262	.05155	.05050	.04947	.04846	.04746	.04648	.04551
-1.5	.06681	.06552	.06426	.06301	.06178	.06057	.05938	.05821	.05705	.05592
-1.4	.08076	.07927	.07780	.07636	.07493	.07353	.07215	.07078	.06944	.06811
-1.3	.09680	.09510	.09342	.09176	.09012	.08851	.08691	.08534	.08379	.08226
-1.2	.11507	.11314	.11123	.10935	.10749	.10565	.10383	.10204	.10027	.09853
-1.1	.13567	.13350	.13136	.12924	.12714	.12507	.12302	.12100	.11900	.11702
-1.0	.15866	.15625	.15386	.15151	.14917	.14686	.14457	.14231	.14007	.13786
-0.9	.18406	.18141	.17879	.17619	.17361	.17106	.16853	.16602	.16354	.16109
-0.8	.21186	.20897	.20611	.20327	.20045	.19766	.19489	.19215	.18943	.18673
-0.7	.24196	.23885	.23576	.23270	.22965	.22663	.22363	.22065	.21770	.21476
-0.6	.27425	.27093	.26763	.26435	.26109	.25785	.25463	.25143	.24825	.24510
-0.5	.30854	.30503	.30153	.29806	.29460	.29116	.28774	.28434	.28096	.27760
-0.4	.34458	.34090	.33724	.33360	.32997	.32636	.32276	.31918	.31561	.31207
-0.3	.38209	.37828	.37448	.37070	.36693	.36317	.35942	.35569	.35197	.34827
-0.2	.42074	.41683	.41294	.40905	.40517	.40129	.39743	.39358	.38974	.38591
-0.1	.46017	.45620	.45224	.44828	.44433	.44038	.43644	.43251	.42858	.42465
-0.0	.50000	.49601	.49202	.48803	.48405	.48006	.47608	.47210	.46812	.46414

Normál eloszlás – z-érték – valószínűségek

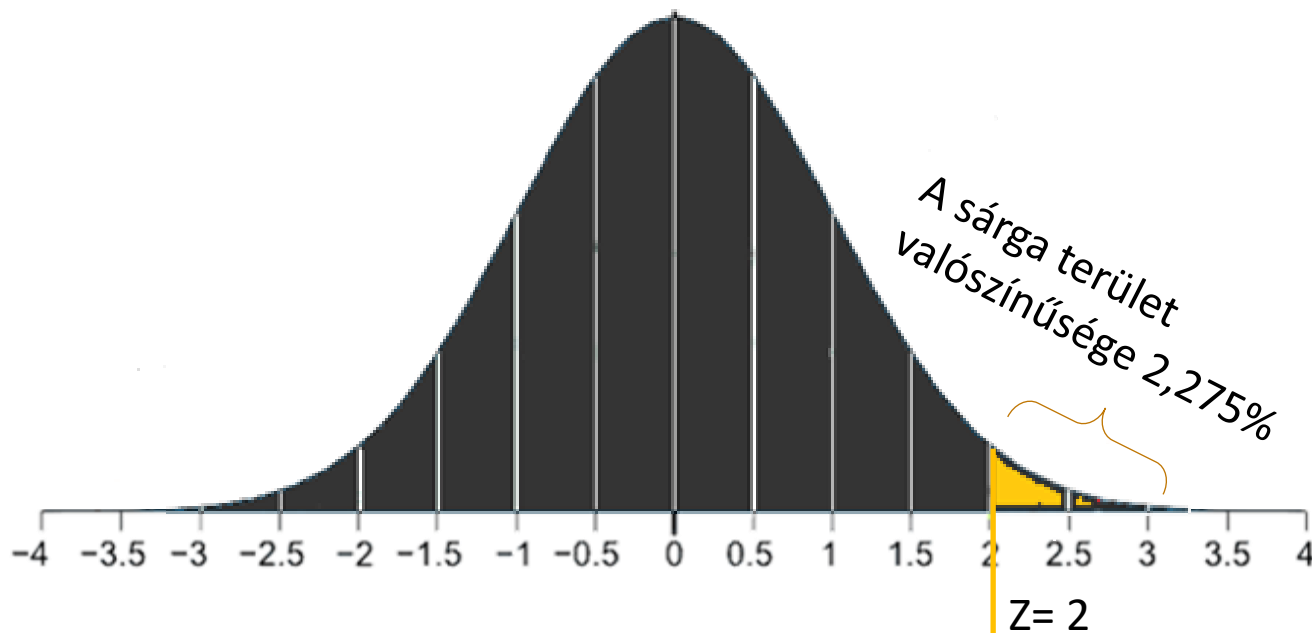
- Mennyi annak a valószínűsége, hogy valaki Z-értéke 1 *alatt* van? (vedd észre, hogy kicseréltem a táblát a pozitív értékekhez valóra)
- 1-es Z-érték alatt 84,134% van



Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.50000	.50399	.50798	.51197	.51595	.51994	.52392	.52790	.53188	.53586
0.1	.53983	.54380	.54776	.55172	.55567	.55962	.56356	.56749	.57142	.57535
0.2	.57926	.58317	.58706	.59095	.59483	.59871	.60257	.60642	.61026	.61409
0.3	.61791	.62172	.62552	.62930	.63307	.63683	.64058	.64431	.64803	.65173
0.4	.65542	.65910	.66276	.66640	.67003	.67364	.67724	.68082	.68439	.68793
0.5	.69146	.69497	.69847	.70194	.70540	.70884	.71226	.71566	.71904	.72240
0.6	.72575	.72907	.73237	.73565	.73891	.74215	.74537	.74857	.75175	.75490
0.7	.75804	.76115	.76424	.76730	.77035	.77337	.77637	.77935	.78230	.78524
0.8	.78814	.79103	.79389	.79673	.79955	.80234	.80511	.80785	.81057	.81327
0.9	.81594	.81859	.82121	.82381	.82639	.82894	.83147	.83398	.83646	.83891
1.0	.84134	.84375	.84614	.84849	.85083	.85314	.85543	.85769	.85993	.86214
1.1	.86433	.86650	.86864	.87076	.87286	.87493	.87698	.87900	.88100	.88298
1.2	.88493	.88686	.88877	.89065	.89251	.89435	.89617	.89796	.89973	.90147
1.3	.90320	.90490	.90658	.90824	.90988	.91149	.91309	.91466	.91621	.91774
1.4	.91924	.92073	.92220	.92364	.92507	.92647	.92785	.92922	.93056	.93189
1.5	.93319	.93448	.93574	.93699	.93822	.93943	.94062	.94179	.94295	.94408
1.6	.94520	.94630	.94738	.94845	.94950	.95053	.95154	.95254	.95352	.95449
1.7	.95543	.95637	.95728	.95818	.95907	.95994	.96080	.96164	.96246	.96327
1.8	.96407	.96485	.96562	.96638	.96712	.96784	.96856	.96926	.96995	.97062
1.9	.97128	.97193	.97257	.97320	.97381	.97441	.97500	.97558	.97615	.97670
2.0	.97725	.97778	.97831	.97882	.97932	.97982	.98030	.98077	.98124	.98169
2.1	.98214	.98257	.98300	.98341	.98382	.98422	.98461	.98500	.98537	.98574
2.2	.98610	.98645	.98679	.98713	.98745	.98778	.98809	.98840	.98870	.98899
2.3	.98928	.98956	.98983	.99010	.99036	.99061	.99086	.99111	.99134	.99158
2.4	.99180	.99202	.99224	.99245	.99266	.99286	.99305	.99324	.99343	.99361
2.5	.99379	.99396	.99413	.99430	.99446	.99461	.99477	.99492	.99506	.99520
2.6	.99534	.99547	.99560	.99573	.99585	.99598	.99609	.99621	.99632	.99643
2.7	.99653	.99664	.99674	.99683	.99693	.99702	.99711	.99720	.99728	.99736
2.8	.99744	.99752	.99760	.99767	.99774	.99781	.99788	.99795	.99801	.99807
2.9	.99813	.99819	.99825	.99831	.99836	.99841	.99846	.99851	.99856	.99861
3.0	.99865	.99869	.99874	.99878	.99882	.99886	.99889	.99893	.99896	.99900
3.1	.99903	.99906	.99910	.99913	.99916	.99918	.99921	.99924	.99926	.99929
3.2	.99931	.99934	.99936	.99938	.99940	.99942	.99944	.99946	.99948	.99950
3.3	.99952	.99953	.99955	.99957	.99958	.99960	.99961	.99962	.99964	.99965
3.4	.99966	.99968	.99969	.99970	.99971	.99972	.99973	.99974	.99975	.99976
3.5	.99977	.99978	.99978	.99979	.99980	.99981	.99981	.99982	.99983	.99983
3.6	.99984	.99985	.99985	.99986	.99986	.99987	.99987	.99988	.99988	.99989
3.7	.99989	.99990	.99990	.99990	.99991	.99991	.99992	.99992	.99992	.99992
3.8	.99993	.99993	.99993	.99994	.99994	.99994	.99994	.99995	.99995	.99995
3.9	.99995	.99995	.99996	.99996	.99996	.99996	.99996	.99996	.99997	.99997

Normál eloszlás – z-érték – valószínűségek

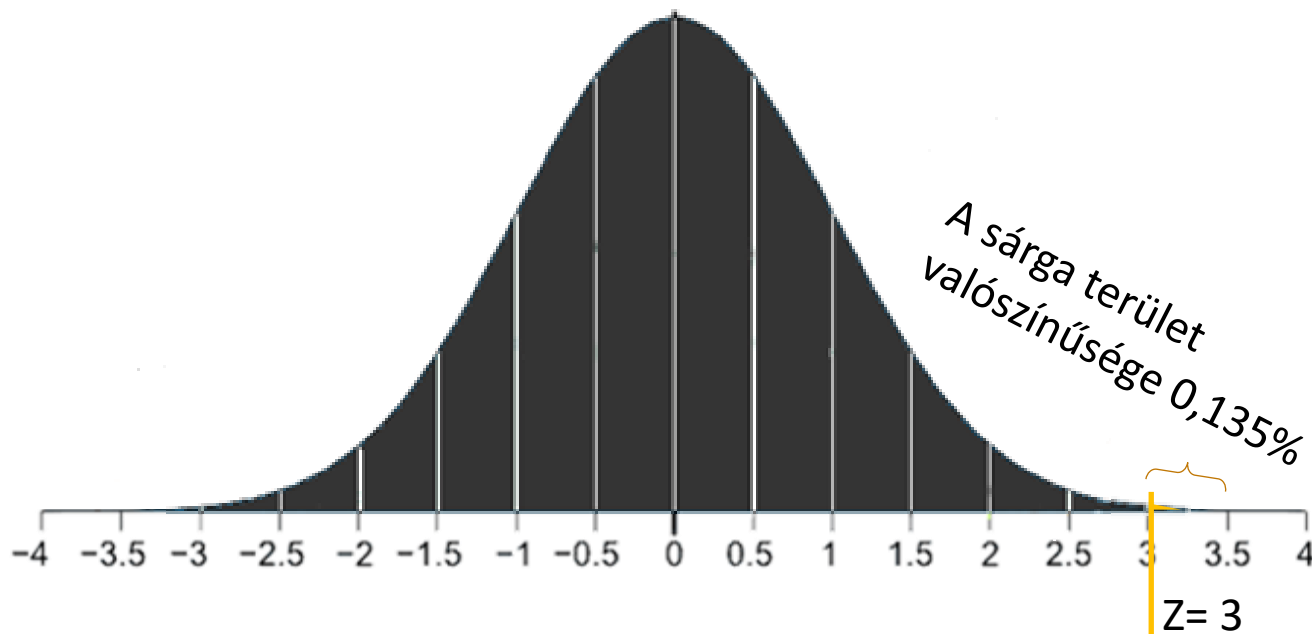
- Mennyi annak a valószínűsége, hogy valaki Z-értéke 2 *felett* van?
- 2-es Z-érték alatt 97,725% van, tehát 2-es felett $100\% - 97,725\% = 2,275\%$



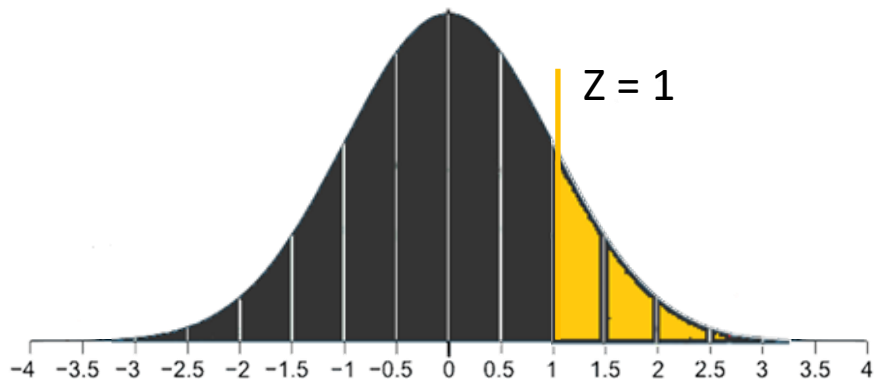
Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.50000	.50399	.50798	.51197	.51595	.51994	.52392	.52790	.53188	.53586
0.1	.53983	.54380	.54776	.55172	.55567	.55962	.56356	.56749	.57142	.57535
0.2	.57926	.58317	.58706	.59095	.59483	.59871	.60257	.60642	.61026	.61409
0.3	.61791	.62172	.62552	.62930	.63307	.63683	.64058	.64431	.64803	.65173
0.4	.65542	.65910	.66276	.66640	.67003	.67364	.67724	.68082	.68439	.68793
0.5	.69146	.69497	.69847	.70194	.70540	.70884	.71226	.71566	.71904	.72240
0.6	.72575	.72907	.73237	.73565	.73891	.74215	.74537	.74857	.75175	.75490
0.7	.75804	.76115	.76424	.76730	.77035	.77337	.77637	.77935	.78230	.78524
0.8	.78814	.79103	.79389	.79673	.79955	.80234	.80511	.80785	.81057	.81327
0.9	.81594	.81859	.82121	.82381	.82639	.82894	.83147	.83398	.83646	.83891
1.0	.84134	.84375	.84614	.84849	.85083	.85314	.85543	.85769	.85993	.86214
1.1	.86433	.86650	.86864	.87076	.87286	.87493	.87698	.87900	.88100	.88298
1.2	.88493	.88686	.88877	.89065	.89251	.89435	.89617	.89796	.89973	.90147
1.3	.90320	.90490	.90658	.90824	.90988	.91149	.91309	.91466	.91621	.91774
1.4	.91924	.92073	.92220	.92364	.92507	.92647	.92785	.92922	.93056	.93189
1.5	.93319	.93448	.93574	.93699	.93822	.93943	.94062	.94179	.94295	.94408
1.6	.94520	.94630	.94738	.94845	.94950	.95053	.95154	.95254	.95352	.95449
1.7	.95543	.95637	.95728	.95818	.95907	.95994	.96080	.96164	.96246	.96327
1.8	.96407	.96485	.96562	.96638	.96712	.96784	.96856	.96926	.96995	.97062
1.9	.97128	.97193	.97257	.97320	.97381	.97441	.97500	.97558	.97615	.97670
2.0	.97725	.97778	.97831	.97882	.97932	.97982	.98030	.98077	.98124	.98169
2.1	.98214	.98257	.98300	.98341	.98382	.98422	.98461	.98500	.98537	.98574
2.2	.98610	.98645	.98679	.98713	.98745	.98778	.98809	.98840	.98870	.98899
2.3	.98928	.98956	.98983	.99010	.99036	.99061	.99086	.99111	.99134	.99158
2.4	.99180	.99202	.99224	.99245	.99266	.99286	.99305	.99324	.99343	.99361
2.5	.99379	.99396	.99413	.99430	.99446	.99461	.99477	.99492	.99506	.99520
2.6	.99534	.99547	.99560	.99573	.99585	.99598	.99609	.99621	.99632	.99643
2.7	.99653	.99664	.99674	.99683	.99693	.99702	.99711	.99720	.99728	.99736
2.8	.99744	.99752	.99760	.99767	.99774	.99781	.99788	.99795	.99801	.99807
2.9	.99813	.99819	.99825	.99831	.99836	.99841	.99846	.99851	.99856	.99861
3.0	.99865	.99869	.99874	.99878	.99882	.99886	.99889	.99893	.99896	.99900
3.1	.99903	.99906	.99910	.99913	.99916	.99918	.99921	.99924	.99926	.99929
3.2	.99931	.99934	.99936	.99938	.99940	.99942	.99944	.99946	.99948	.99950
3.3	.99952	.99953	.99955	.99957	.99958	.99960	.99961	.99962	.99964	.99965
3.4	.99966	.99968	.99969	.99970	.99971	.99972	.99973	.99974	.99975	.99976
3.5	.99977	.99978	.99978	.99979	.99980	.99981	.99981	.99982	.99983	.99983
3.6	.99984	.99985	.99985	.99986	.99986	.99987	.99987	.99988	.99988	.99989
3.7	.99989	.99990	.99990	.99990	.99991	.99991	.99992	.99992	.99992	.99992
3.8	.99993	.99993	.99993	.99994	.99994	.99994	.99994	.99995	.99995	.99995
3.9	.99995	.99995	.99996	.99996	.99996	.99996	.99996	.99996	.99997	.99997

Normál eloszlás – z-érték – valószínűségek

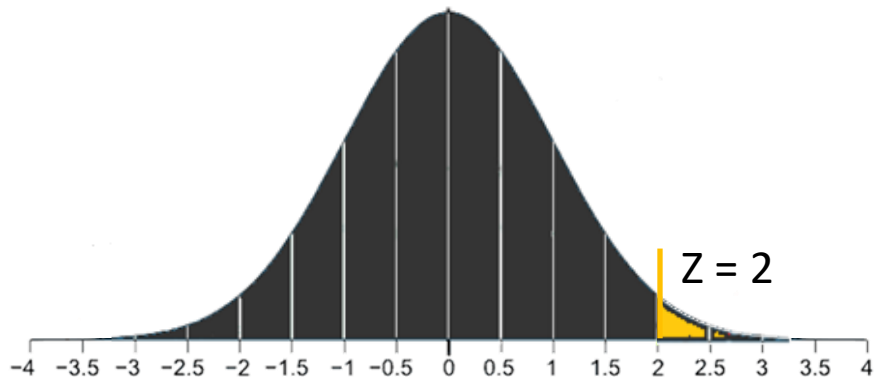
- Mennyi annak a valószínűsége, hogy valaki Z-értéke 3 *felett* van?
- 3-as Z-érték alatt 99,865% van, tehát 3-as felett $100\% - 99,865\% = 0,135\%$



Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.50000	.50399	.50798	.51197	.51595	.51994	.52392	.52790	.53188	.53586
0.1	.53983	.54380	.54776	.55172	.55567	.55962	.56356	.56749	.57142	.57535
0.2	.57926	.58317	.58706	.59095	.59483	.59871	.60257	.60642	.61026	.61409
0.3	.61791	.62172	.62552	.62930	.63307	.63683	.64058	.64431	.64803	.65173
0.4	.65542	.65910	.66276	.66640	.67003	.67364	.67724	.68082	.68439	.68793
0.5	.69146	.69497	.69847	.70194	.70540	.70884	.71226	.71566	.71904	.72240
0.6	.72575	.72907	.73237	.73565	.73891	.74215	.74537	.74857	.75175	.75490
0.7	.75804	.76115	.76424	.76730	.77035	.77337	.77637	.77935	.78230	.78524
0.8	.78814	.79103	.79389	.79673	.79955	.80234	.80511	.80785	.81057	.81327
0.9	.81594	.81859	.82121	.82381	.82639	.82894	.83147	.83398	.83646	.83891
1.0	.84134	.84375	.84614	.84849	.85083	.85314	.85543	.85769	.85993	.86214
1.1	.86433	.86650	.86864	.87076	.87286	.87493	.87698	.87900	.88100	.88298
1.2	.88493	.88686	.88877	.89065	.89251	.89435	.89617	.89796	.89973	.90147
1.3	.90320	.90490	.90658	.90824	.90988	.91149	.91309	.91466	.91621	.91774
1.4	.91924	.92073	.92220	.92364	.92507	.92647	.92785	.92922	.93056	.93189
1.5	.93319	.93448	.93574	.93699	.93822	.93943	.94062	.94179	.94295	.94408
1.6	.94520	.94630	.94738	.94845	.94950	.95053	.95154	.95254	.95352	.95449
1.7	.95543	.95637	.95728	.95818	.95907	.95994	.96080	.96164	.96246	.96327
1.8	.96407	.96485	.96562	.96638	.96712	.96784	.96856	.96926	.96995	.97062
1.9	.97128	.97193	.97257	.97320	.97381	.97441	.97500	.97558	.97615	.97670
2.0	.97725	.97778	.97831	.97882	.97932	.97982	.98030	.98077	.98124	.98169
2.1	.98214	.98257	.98300	.98341	.98382	.98422	.98461	.98500	.98537	.98574
2.2	.98610	.98645	.98679	.98713	.98745	.98778	.98809	.98840	.98870	.98899
2.3	.98928	.98956	.98983	.99010	.99036	.99061	.99086	.99111	.99134	.99158
2.4	.99180	.99202	.99224	.99245	.99266	.99286	.99305	.99324	.99343	.99361
2.5	.99379	.99396	.99413	.99430	.99446	.99461	.99477	.99492	.99506	.99520
2.6	.99534	.99547	.99560	.99573	.99585	.99598	.99609	.99621	.99632	.99643
2.7	.99653	.99664	.99674	.99683	.99693	.99702	.99711	.99720	.99728	.99736
2.8	.99744	.99752	.99760	.99767	.99774	.99781	.99788	.99795	.99801	.99807
2.9	.99813	.99819	.99825	.99831	.99836	.99841	.99846	.99851	.99856	.99861
3.0	.99865	.99869	.99874	.99878	.99882	.99886	.99889	.99893	.99896	.99900
3.1	.99903	.99906	.99910	.99913	.99916	.99918	.99921	.99924	.99926	.99929
3.2	.99931	.99934	.99936	.99938	.99940	.99942	.99944	.99946	.99948	.99950
3.3	.99952	.99953	.99955	.99957	.99958	.99960	.99961	.99962	.99964	.99965
3.4	.99966	.99968	.99969	.99970	.99971	.99972	.99973	.99974	.99975	.99976
3.5	.99977	.99978	.99978	.99979	.99980	.99981	.99981	.99982	.99983	.99983
3.6	.99984	.99985	.99985	.99986	.99986	.99987	.99987	.99988	.99988	.99989
3.7	.99989	.99990	.99990	.99990	.99991	.99991	.99992	.99992	.99992	.99992
3.8	.99993	.99993	.99993	.99994	.99994	.99994	.99994	.99995	.99995	.99995
3.9	.99995	.99995	.99996	.99996	.99996	.99996	.99996	.99996	.99997	.99997

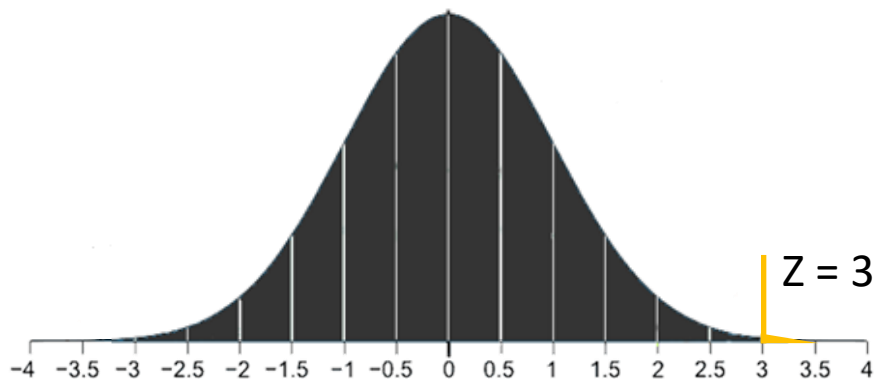


A sárga terület valószínűsége 15,866%



A sárga terület valószínűsége 2,275%

Az egyedek alig több, mint 2%-a van az átlagtól két szórásnyival feljebb.

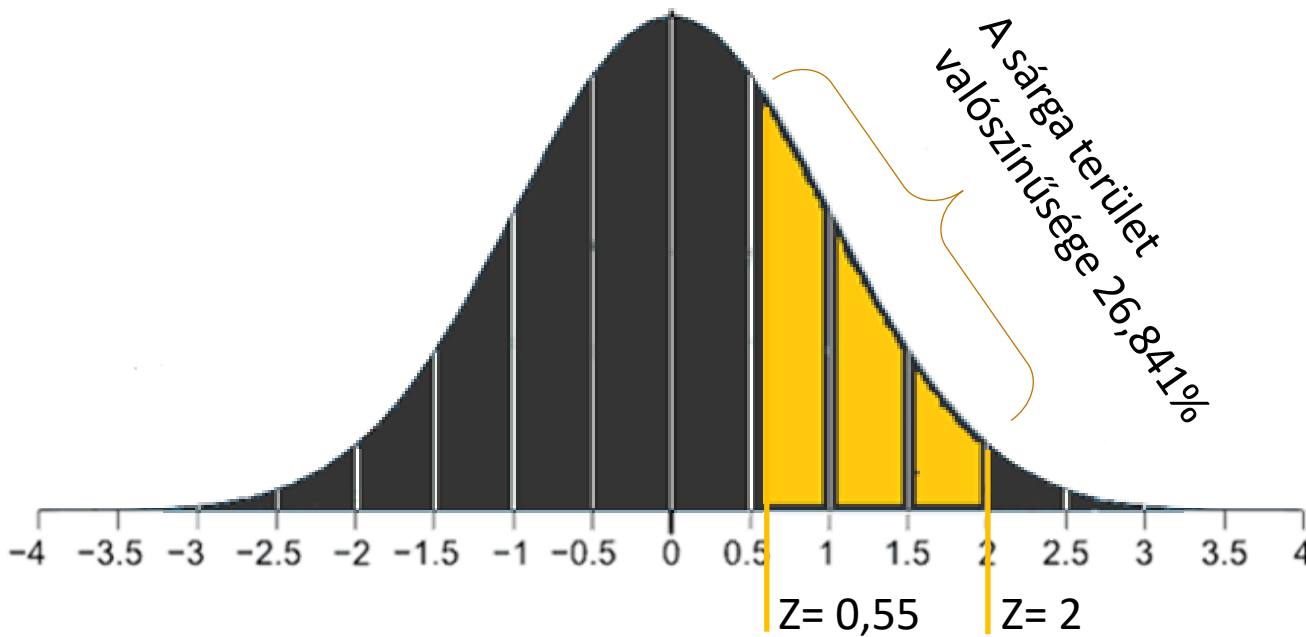


A sárga terület valószínűsége 0,135%

Az átlagtól három szórás távolságra (egy nem túl nagy mintában) gyakorlatilag nem várunk egy embert se

Normál eloszlás – z-érték – valószínűségek

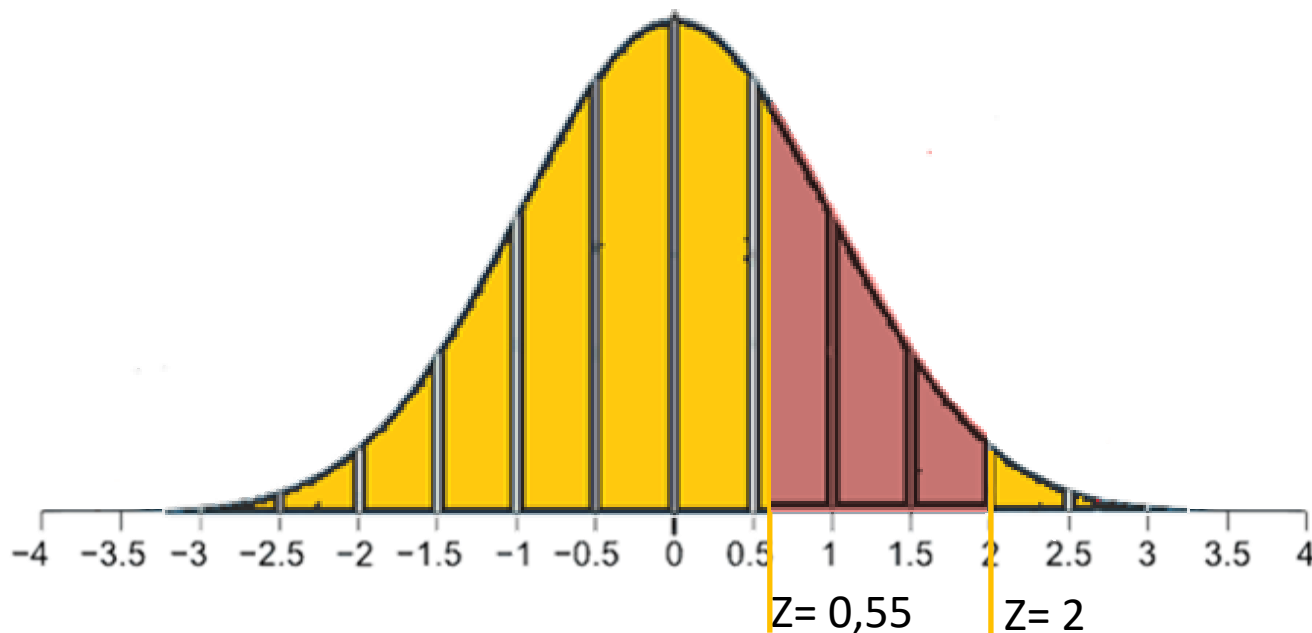
- Mennyi annak a valószínűsége, hogy valaki Z-értéke 0,55 és 2 között van?
- 2-es Z-érték alatt 97,725% van
- 0,55-ös Z-érték alatt 70,884% van
- Tehát a kettő között $97,725\% - 70,884\% = 26,841\%$



Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.50000	.50399	.50798	.51197	.51595	.51994	.52392	.52790	.53188	.53586
0.1	.53983	.54380	.54776	.55172	.55567	.55962	.56356	.56749	.57142	.57535
0.2	.57926	.58317	.58706	.59095	.59483	.59871	.60257	.60642	.61026	.61409
0.3	.61791	.62172	.62552	.62930	.63307	.63683	.64058	.64431	.64803	.65173
0.4	.65542	.65910	.66276	.66640	.67003	.67364	.67724	.68082	.68439	.68793
0.5	.69146	.69497	.69847	.70194	.70540	.70884	.71226	.71566	.71904	.72240
0.6	.72575	.72907	.73237	.73565	.73891	.74215	.74537	.74857	.75175	.75490
0.7	.75804	.76115	.76424	.76730	.77035	.77337	.77637	.77935	.78230	.78524
0.8	.78814	.79103	.79389	.79673	.79955	.80234	.80511	.80785	.81057	.81327
0.9	.81594	.81859	.82121	.82381	.82639	.82894	.83147	.83398	.83646	.83891
1.0	.84134	.84375	.84614	.84849	.85083	.85314	.85543	.85769	.85993	.86214
1.1	.86433	.86650	.86864	.87076	.87286	.87493	.87698	.87900	.88100	.88298
1.2	.88493	.88686	.88877	.89065	.89251	.89435	.89617	.89796	.89973	.90147
1.3	.90320	.90490	.90658	.90824	.90988	.91149	.91309	.91466	.91621	.91774
1.4	.91924	.92073	.92220	.92364	.92507	.92647	.92785	.92922	.93056	.93189
1.5	.93319	.93448	.93574	.93699	.93822	.93943	.94062	.94179	.94295	.94408
1.6	.94520	.94630	.94738	.94845	.94950	.95053	.95154	.95254	.95352	.95449
1.7	.95543	.95637	.95728	.95818	.95907	.95994	.96080	.96164	.96246	.96327
1.8	.96407	.96485	.96562	.96638	.96712	.96784	.96856	.96926	.96995	.97062
1.9	.97128	.97193	.97257	.97320	.97381	.97441	.97500	.97558	.97615	.97670
2.0	.97725	.97778	.97831	.97882	.97932	.97982	.98030	.98077	.98124	.98169
2.1	.98214	.98257	.98300	.98341	.98382	.98422	.98461	.98500	.98537	.98574
2.2	.98610	.98645	.98679	.98713	.98745	.98778	.98809	.98840	.98870	.98899
2.3	.98928	.98956	.98983	.99010	.99036	.99061	.99086	.99111	.99134	.99158
2.4	.99180	.99202	.99224	.99245	.99266	.99286	.99305	.99324	.99343	.99361
2.5	.99379	.99396	.99413	.99430	.99446	.99461	.99477	.99492	.99506	.99520
2.6	.99534	.99547	.99560	.99573	.99585	.99598	.99609	.99621	.99632	.99643
2.7	.99653	.99664	.99674	.99683	.99693	.99702	.99711	.99720	.99728	.99736
2.8	.99744	.99752	.99760	.99767	.99774	.99781	.99788	.99795	.99801	.99807
2.9	.99813	.99819	.99825	.99831	.99836	.99841	.99846	.99851	.99856	.99861
3.0	.99865	.99869	.99874	.99878	.99882	.99886	.99889	.99893	.99896	.99900
3.1	.99903	.99906	.99910	.99913	.99916	.99918	.99921	.99924	.99926	.99929
3.2	.99931	.99934	.99936	.99938	.99940	.99942	.99944	.99946	.99948	.99950
3.3	.99952	.99953	.99955	.99957	.99958	.99960	.99961	.99962	.99964	.99965
3.4	.99966	.99968	.99969	.99970	.99971	.99972	.99973	.99974	.99975	.99976
3.5	.99977	.99978	.99978	.99979	.99980	.99981	.99981	.99982	.99983	.99983
3.6	.99984	.99985	.99985	.99986	.99986	.99987	.99987	.99988	.99988	.99989
3.7	.99989	.99990	.99990	.99990	.99991	.99991	.99992	.99992	.99992	.99992
3.8	.99993	.99993	.99993	.99994	.99994	.99994	.99994	.99995	.99995	.99995
3.9	.99995	.99995	.99996	.99996	.99996	.99996	.99996	.99996	.99997	.99997

Normál eloszlás – z-érték – valószínűségek

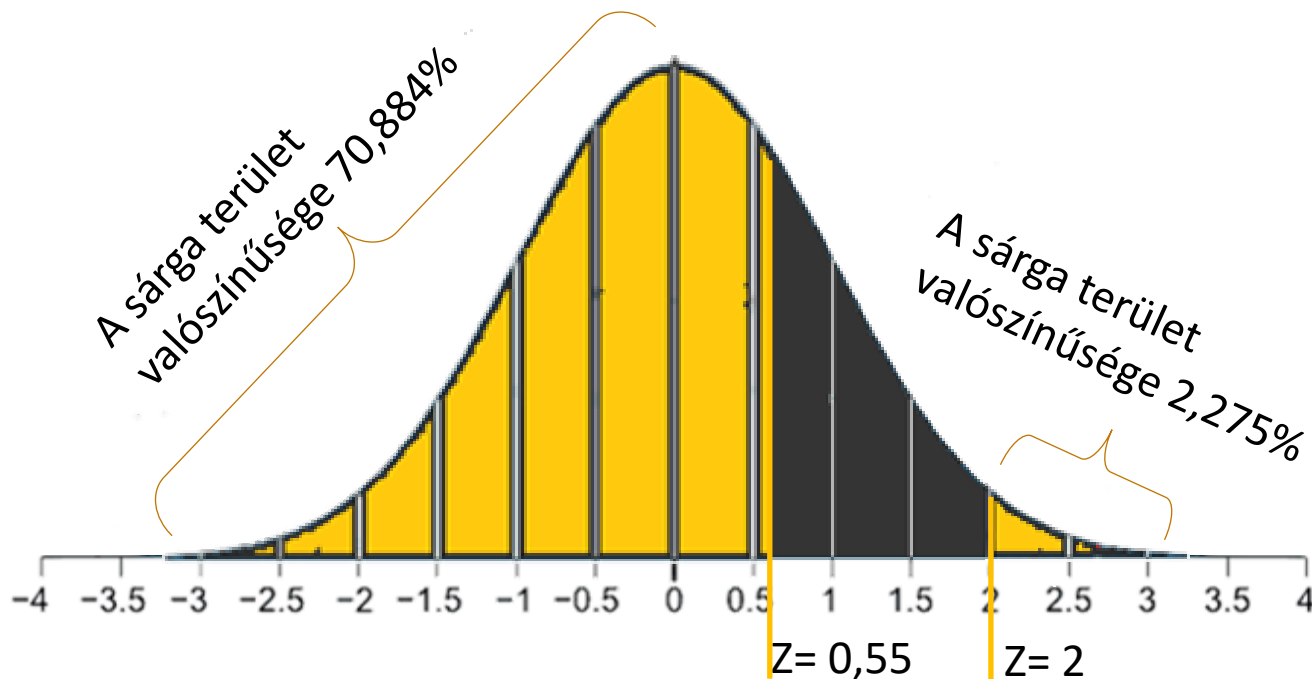
- Mennyi annak a valószínűsége, hogy valaki Z-értéke a 0,55 és 2-es területen *kívül* van?
- 0,55-ös és 2-es Z-érték *között* van 26,841%
- Akkor e két Z-értéken *kívül* van $100\% - 26,841\% = 73,159\%$



Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.50000	.50399	.50798	.51197	.51595	.51994	.52392	.52790	.53188	.53586
0.1	.53983	.54380	.54776	.55172	.55567	.55962	.56356	.56749	.57142	.57535
0.2	.57926	.58317	.58706	.59095	.59483	.59871	.60257	.60642	.61026	.61409
0.3	.61791	.62172	.62552	.62930	.63307	.63683	.64058	.64431	.64803	.65173
0.4	.65542	.65910	.66276	.66640	.67003	.67364	.67724	.68082	.68439	.68793
0.5	.69146	.69497	.69847	.70194	.70540	.70884	.71226	.71566	.71904	.72240
0.6	.72575	.72907	.73237	.73565	.73891	.74215	.74537	.74857	.75175	.75490
0.7	.75804	.76115	.76424	.76730	.77035	.77337	.77637	.77935	.78230	.78524
0.8	.78814	.79103	.79389	.79673	.79955	.80234	.80511	.80785	.81057	.81327
0.9	.81594	.81859	.82121	.82381	.82639	.82894	.83147	.83398	.83646	.83891
1.0	.84134	.84375	.84614	.84849	.85083	.85314	.85543	.85769	.85993	.86214
1.1	.86433	.86650	.86864	.87076	.87286	.87493	.87698	.87900	.88100	.88298
1.2	.88493	.88686	.88877	.89065	.89251	.89435	.89617	.89796	.89973	.90147
1.3	.90320	.90490	.90658	.90824	.90988	.91149	.91309	.91466	.91621	.91774
1.4	.91924	.92073	.92220	.92364	.92507	.92647	.92785	.92922	.93056	.93189
1.5	.93319	.93448	.93574	.93699	.93822	.93943	.94062	.94179	.94295	.94408
1.6	.94520	.94630	.94738	.94845	.94950	.95053	.95154	.95254	.95352	.95449
1.7	.95543	.95637	.95728	.95818	.95907	.95994	.96080	.96164	.96246	.96327
1.8	.96407	.96485	.96562	.96638	.96712	.96784	.96856	.96926	.96995	.97062
1.9	.97128	.97193	.97257	.97320	.97381	.97441	.97500	.97558	.97615	.97670
2.0	.97725	.97778	.97831	.97882	.97932	.97982	.98030	.98077	.98124	.98169
2.1	.98214	.98257	.98300	.98341	.98382	.98422	.98461	.98500	.98537	.98574
2.2	.98610	.98645	.98679	.98713	.98745	.98778	.98809	.98840	.98870	.98899
2.3	.98928	.98956	.98983	.99010	.99036	.99061	.99086	.99111	.99134	.99158
2.4	.99180	.99202	.99224	.99245	.99266	.99286	.99305	.99324	.99343	.99361
2.5	.99379	.99396	.99413	.99430	.99446	.99461	.99477	.99492	.99506	.99520
2.6	.99534	.99547	.99560	.99573	.99585	.99598	.99609	.99621	.99632	.99643
2.7	.99653	.99664	.99674	.99683	.99693	.99702	.99711	.99720	.99728	.99736
2.8	.99744	.99752	.99760	.99767	.99774	.99781	.99788	.99795	.99801	.99807
2.9	.99813	.99819	.99825	.99831	.99836	.99841	.99846	.99851	.99856	.99861
3.0	.99865	.99869	.99874	.99878	.99882	.99886	.99889	.99893	.99896	.99900
3.1	.99903	.99906	.99910	.99913	.99916	.99918	.99921	.99924	.99926	.99929
3.2	.99931	.99934	.99936	.99938	.99940	.99942	.99944	.99946	.99948	.99950
3.3	.99952	.99953	.99955	.99957	.99958	.99960	.99961	.99962	.99964	.99965
3.4	.99966	.99968	.99969	.99970	.99971	.99972	.99973	.99974	.99975	.99976
3.5	.99977	.99978	.99978	.99979	.99980	.99981	.99981	.99982	.99983	.99983
3.6	.99984	.99985	.99985	.99986	.99986	.99987	.99987	.99988	.99988	.99989
3.7	.99989	.99990	.99990	.99990	.99991	.99991	.99992	.99992	.99992	.99992
3.8	.99993	.99993	.99993	.99994	.99994	.99994	.99994	.99995	.99995	.99995
3.9	.99995	.99995	.99996	.99996	.99996	.99996	.99996	.99996	.99997	.99997

Normál eloszlás – z-érték – valószínűségek

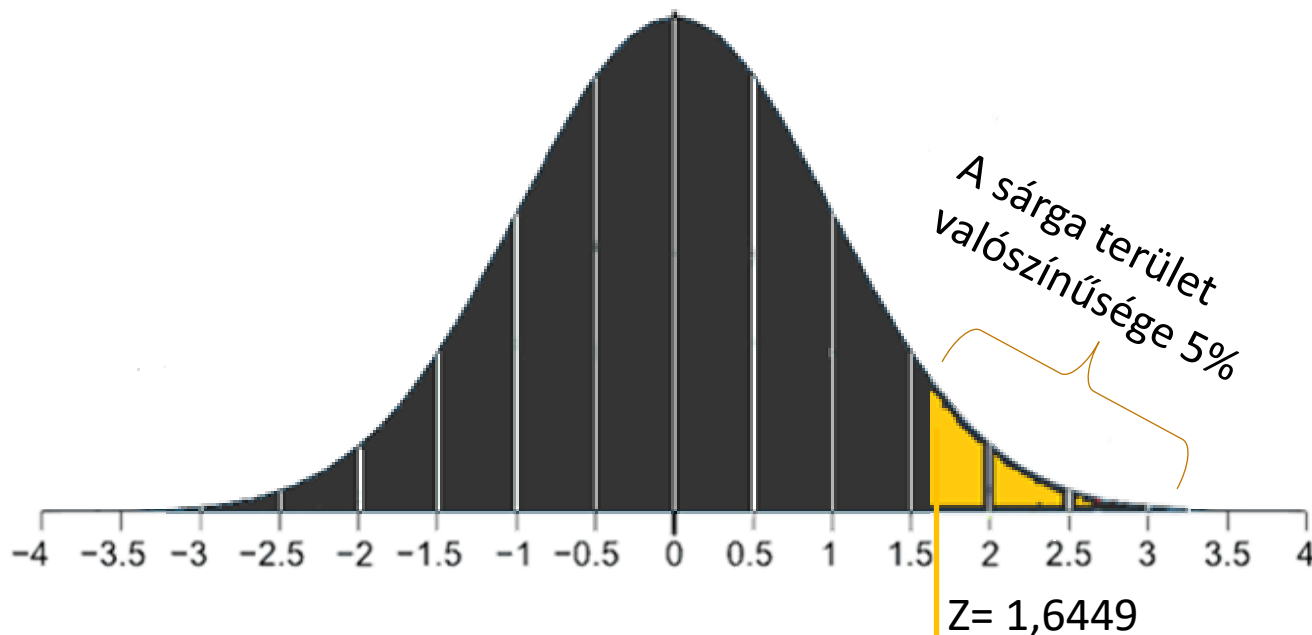
- Mennyi annak a valószínűsége, hogy valaki Z-értéke a 0,55 és 2-es területen *kívül* van?
- 0,55-ös Z-érték alatt 70,884% van
- 2-es Z-érték felett 2,275% van
- Tehát a területen kívül $70,884\% + 2,275\% = 73,159\%$



Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.50000	.50399	.50798	.51197	.51595	.51994	.52392	.52790	.53188	.53586
0.1	.53983	.54380	.54776	.55172	.55567	.55962	.56356	.56749	.57142	.57535
0.2	.57926	.58317	.58706	.59095	.59483	.59871	.60257	.60642	.61026	.61409
0.3	.61791	.62172	.62552	.62930	.63307	.63683	.64058	.64431	.64803	.65173
0.4	.65542	.65910	.66276	.66640	.67003	.67364	.67724	.68082	.68439	.68793
0.5	.69146	.69497	.69847	.70194	.70540	.70884	.71226	.71566	.71904	.72240
0.6	.72575	.72907	.73237	.73565	.73891	.74215	.74537	.74857	.75175	.75490
0.7	.75804	.76115	.76424	.76730	.77035	.77337	.77637	.77935	.78230	.78524
0.8	.78814	.79103	.79389	.79673	.79955	.80234	.80511	.80785	.81057	.81327
0.9	.81594	.81859	.82121	.82381	.82639	.82894	.83147	.83398	.83646	.83891
1.0	.84134	.84375	.84614	.84849	.85083	.85314	.85543	.85769	.85993	.86214
1.1	.86433	.86650	.86864	.87076	.87286	.87493	.87698	.87900	.88100	.88298
1.2	.88493	.88686	.88877	.89065	.89251	.89435	.89617	.89796	.89973	.90147
1.3	.90320	.90490	.90658	.90824	.90988	.91149	.91309	.91466	.91621	.91774
1.4	.91924	.92073	.92220	.92364	.92507	.92647	.92785	.92922	.93056	.93189
1.5	.93319	.93448	.93574	.93699	.93822	.93943	.94062	.94179	.94295	.94408
1.6	.94520	.94630	.94738	.94845	.94950	.95053	.95154	.95254	.95352	.95449
1.7	.95543	.95637	.95728	.95818	.95907	.95994	.96080	.96164	.96246	.96327
1.8	.96407	.96485	.96562	.96638	.96712	.96784	.96856	.96926	.96995	.97062
1.9	.97128	.97193	.97257	.97320	.97381	.97441	.97500	.97558	.97615	.97670
2.0	.97725	.97778	.97831	.97882	.97932	.97982	.98030	.98077	.98124	.98169
2.1	.98214	.98257	.98300	.98341	.98382	.98422	.98461	.98500	.98537	.98574
2.2	.98610	.98645	.98679	.98713	.98745	.98778	.98809	.98840	.98870	.98899
2.3	.98928	.98956	.98983	.99010	.99036	.99061	.99086	.99111	.99134	.99158
2.4	.99180	.99202	.99224	.99245	.99266	.99286	.99305	.99324	.99343	.99361
2.5	.99379	.99396	.99413	.99430	.99446	.99461	.99477	.99492	.99506	.99520
2.6	.99534	.99547	.99560	.99573	.99585	.99598	.99609	.99621	.99632	.99643
2.7	.99653	.99664	.99674	.99683	.99693	.99702	.99711	.99720	.99728	.99736
2.8	.99744	.99752	.99760	.99767	.99774	.99781	.99788	.99795	.99801	.99807
2.9	.99813	.99819	.99825	.99831	.99836	.99841	.99846	.99851	.99856	.99861
3.0	.99865	.99869	.99874	.99878	.99882	.99886	.99889	.99893	.99896	.99900
3.1	.99903	.99906	.99910	.99913	.99916	.99918	.99921	.99924	.99926	.99929
3.2	.99931	.99934	.99936	.99938	.99940	.99942	.99944	.99946	.99948	.99950
3.3	.99952	.99953	.99955	.99957	.99958	.99960	.99961	.99962	.99964	.99965
3.4	.99966	.99968	.99969	.99970	.99971	.99972	.99973	.99974	.99975	.99976
3.5	.99977	.99978	.99978	.99979	.99980	.99981	.99981	.99982	.99983	.99983
3.6	.99984	.99985	.99985	.99986	.99986	.99987	.99987	.99988	.99988	.99989
3.7	.99989	.99990	.99990	.99990	.99991	.99991	.99992	.99992	.99992	.99992
3.8	.99993	.99993	.99993	.99994	.99994	.99994	.99994	.99995	.99995	.99995
3.9	.99995	.99995	.99996	.99996	.99996	.99996	.99996	.99996	.99997	.99997

Normál eloszlás – z-érték – valószínűségek

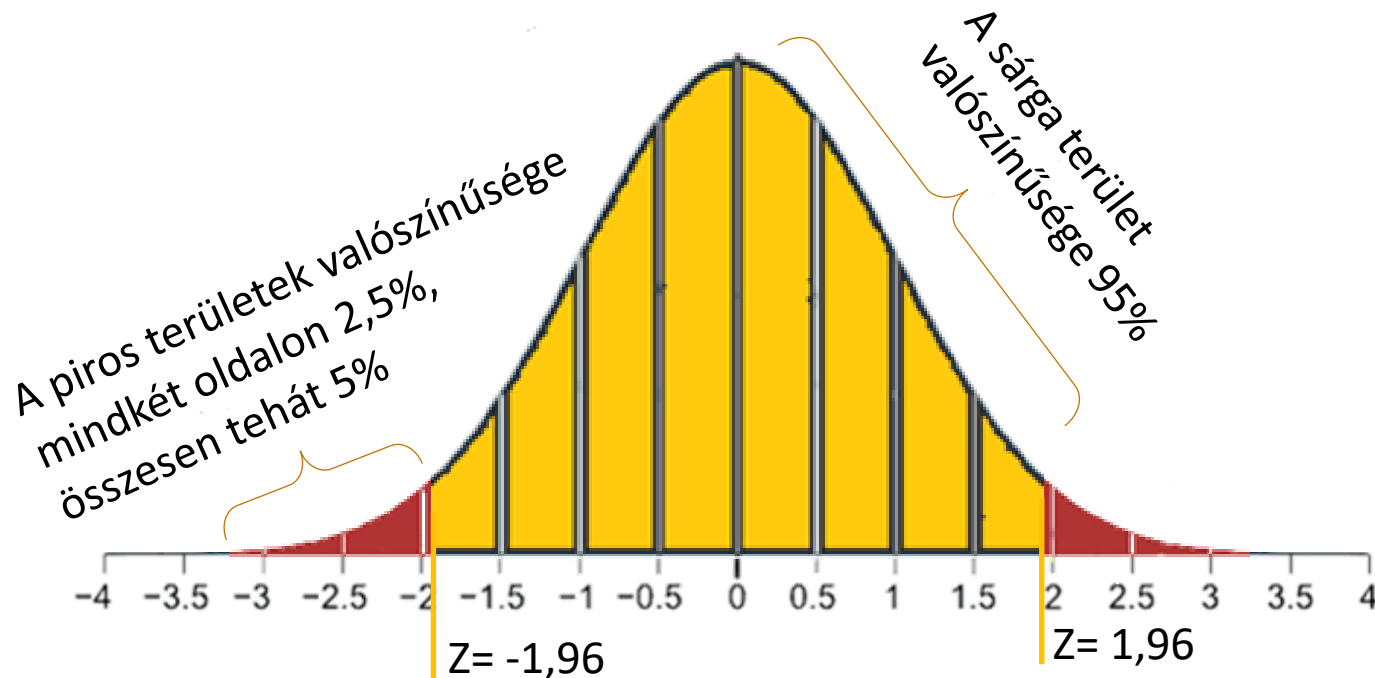
- Melyik Z-értékre igaz, hogy felette az emberek 5%-a várható?
- 5% van felette, tehát 95% van alatta.
- A táblázat nem elég pontos: a pontos Z-érték 1,6449
- Ez lesz a hipotézis teszteléshez használt 5%-os szignifikancia



Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.50000	.50399	.50798	.51197	.51595	.51994	.52392	.52790	.53188	.53586
0.1	.53983	.54380	.54776	.55172	.55567	.55962	.56356	.56749	.57142	.57535
0.2	.57926	.58317	.58706	.59095	.59483	.59871	.60257	.60642	.61026	.61409
0.3	.61791	.62172	.62552	.62930	.63307	.63683	.64058	.64431	.64803	.65173
0.4	.65542	.65910	.66276	.66640	.67003	.67364	.67724	.68082	.68439	.68793
0.5	.69146	.69497	.69847	.70194	.70540	.70884	.71226	.71566	.71904	.72240
0.6	.72575	.72907	.73237	.73565	.73891	.74215	.74537	.74857	.75175	.75490
0.7	.75804	.76115	.76424	.76730	.77035	.77337	.77637	.77935	.78230	.78524
0.8	.78814	.79103	.79389	.79673	.79955	.80234	.80511	.80785	.81057	.81327
0.9	.81594	.81859	.82121	.82381	.82639	.82894	.83147	.83398	.83646	.83891
1.0	.84134	.84375	.84614	.84849	.85083	.85314	.85543	.85769	.85993	.86214
1.1	.86433	.86650	.86864	.87076	.87286	.87493	.87698	.87900	.88100	.88298
1.2	.88493	.88686	.88877	.89065	.89251	.89435	.89617	.89796	.89973	.90147
1.3	.90320	.90490	.90658	.90824	.90988	.91149	.91309	.91466	.91621	.91774
1.4	.91924	.92073	.92220	.92364	.92507	.92647	.92785	.92922	.93056	.93189
1.5	.93319	.93448	.93574	.93699	.93822	.93943	.94062	.94179	.94295	.94408
1.6	.94520	.94630	.94738	.94845	.94950	.95053	.95154	.95254	.95352	.95449
1.7	.95543	.95637	.95728	.95818	.95907	.95994	.96080	.96164	.96246	.96327
1.8	.96407	.96485	.96562	.96638	.96712	.96784	.96856	.96926	.96995	.97062
1.9	.97128	.97193	.97257	.97320	.97381	.97441	.97500	.97558	.97615	.97670
2.0	.97725	.97778	.97831	.97882	.97932	.97982	.98030	.98077	.98124	.98169
2.1	.98214	.98257	.98300	.98341	.98382	.98422	.98461	.98500	.98537	.98574
2.2	.98610	.98645	.98679	.98713	.98745	.98778	.98809	.98840	.98870	.98899
2.3	.98928	.98956	.98983	.99010	.99036	.99061	.99086	.99111	.99134	.99158
2.4	.99180	.99202	.99224	.99245	.99266	.99286	.99305	.99324	.99343	.99361
2.5	.99379	.99396	.99413	.99430	.99446	.99461	.99477	.99492	.99506	.99520
2.6	.99534	.99547	.99560	.99573	.99585	.99598	.99609	.99621	.99632	.99643
2.7	.99653	.99664	.99674	.99683	.99693	.99702	.99711	.99720	.99728	.99736
2.8	.99744	.99752	.99760	.99767	.99774	.99781	.99788	.99795	.99801	.99807
2.9	.99813	.99819	.99825	.99831	.99836	.99841	.99846	.99851	.99856	.99861
3.0	.99865	.99869	.99874	.99878	.99882	.99886	.99889	.99893	.99896	.99900
3.1	.99903	.99906	.99910	.99913	.99916	.99918	.99921	.99924	.99926	.99929
3.2	.99931	.99934	.99936	.99938	.99940	.99942	.99944	.99946	.99948	.99950
3.3	.99952	.99953	.99955	.99957	.99958	.99960	.99961	.99962	.99964	.99965
3.4	.99966	.99968	.99969	.99970	.99971	.99972	.99973	.99974	.99975	.99976
3.5	.99977	.99978	.99978	.99979	.99980	.99981	.99981	.99982	.99983	.99983
3.6	.99984	.99985	.99985	.99986	.99986	.99987	.99987	.99988	.99988	.99989
3.7	.99989	.99990	.99990	.99990	.99991	.99991	.99992	.99992	.99992	.99992
3.8	.99993	.99993	.99993	.99994	.99994	.99994	.99994	.99995	.99995	.99995
3.9	.99995	.99995	.99996	.99996	.99996	.99996	.99996	.99996	.99997	.99997

Normál eloszlás – z-érték – valószínűségek

- Mely Z-értékek között található az emberek 95%-a úgy, hogy 2,5% van felette, 2,5% van alatta?
- A megfelelő értékeket kikeresgetve, a határ a $Z = \pm 1,96$ -os érték lesz
- Jelentősége: e két értéken belül van az emberek 95%-a, és ezen kívül 5%



Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
-3.9	.00005	.00005	.00004	.00004	.00004	.00004	.00004	.00004	.00003	.00003
-3.8	.00007	.00007	.00007	.00006	.00006	.00006	.00006	.00005	.00005	.00005
-3.7	.00011	.00010	.00010	.00010	.00009	.00009	.00008	.00008	.00008	.00008
-3.6	.00016	.00015	.00015	.00014	.00014	.00013	.00013	.00012	.00012	.00011
-3.5	.00023	.00022	.00022	.00021	.00020	.00019	.00019	.00018	.00017	.00017
-3.4	.00034	.00032	.00031	.00030	.00029	.00028	.00027	.00026	.00025	.00024
-3.3	.00048	.00047	.00045	.00043	.00042	.00040	.00039	.00038	.00036	.00035
-3.2	.00069	.00066	.00064	.00062	.00060	.00058	.00056	.00054	.00052	.00050
-3.1	.00097	.00094	.00090	.00087	.00084	.00082	.00079	.00076	.00074	.00071
-3.0	.00135	.00131	.00126	.00122	.00118	.00114	.00111	.00107	.00104	.00100
-2.9	.00187	.00181	.00175	.00169	.00164	.00159	.00154	.00149	.00144	.00139
-2.8	.00256	.00248	.00240	.00233	.00226	.00219	.00212	.00205	.00199	.00193
-2.7	.00347	.00336	.00326	.00317	.00307	.00298	.00289	.00280	.00272	.00264
-2.6	.00466	.00453	.00440	.00427	.00415	.00402	.00391	.00379	.00368	.00357
-2.5	.00621	.00604	.00587	.00570	.00554	.00539	.00523	.00508	.00494	.00480
-2.4	.00820	.00798	.00776	.00755	.00734	.00714	.00695	.00676	.00657	.00639
-2.3	.01072	.01044	.01017	.00990	.00964	.00939	.00914	.00889	.00866	.00842
-2.2	.01390	.01355	.01321	.01287	.01255	.01222	.01191	.01160	.01130	.01101
-2.1	.01786	.01743	.01700	.01659	.01618	.01578	.01539	.01500	.01463	.01426
-2.0	.02275	.02222	.02169	.02118	.02068	.02018	.01970	.01923	.01876	.01831
-1.9	.02872	.02807	.02743	.02680	.02619	.02559	.02500	.02442	.02385	.02330
-1.8	.03593	.03515	.03438	.03362	.03288	.03216	.03144	.03074	.03005	.02938
-1.7	.04457	.04363	.04272	.04182	.04093	.04006	.03920	.03836	.03754	.03673
-1.6	.05480	.05370	.05262	.05155	.05050	.04947	.04846	.04746	.04648	.04551
-1.5	.06681	.06552	.06426	.06301	.06178	.06057	.05938	.05821	.05705	.05592
-1.4	.08076	.07927	.07780	.07636	.07493	.07353	.07215	.07078	.06944	.06811
-1.3	.09680	.09510	.09342	.09176	.09012	.08851	.08691	.08534	.08379	.08226
-1.2	.11507	.11314	.11123	.10935	.10749	.10565	.10383	.10204	.10027	.09853
-1.1	.13567	.13350	.13136	.12924	.12714	.12507	.12302	.12100	.11900	.11702
-1.0	.15866	.15625	.15386	.15151	.14917	.14686	.14457	.14231	.14007	.13786
-0.9	.18406	.18141	.17879	.17619	.17361	.17106	.16853	.16602	.16354	.16109
-0.8	.21186	.20897	.20611	.20327	.20045	.19766	.19489	.19215	.18943	.18673
-0.7	.24196	.23885	.23576	.23270	.22965	.22663	.22363	.22065	.21770	.21476
-0.6	.27425	.27093	.26763	.26435	.26109	.25785	.25463	.25143	.24825	.24510
-0.5	.30854	.30503	.30153	.29806	.29460	.29116	.28774	.28434	.28096	.27760
-0.4	.34458	.34090	.33724	.33360	.32997	.32636	.32276	.31918	.31561	.31207
-0.3	.38209	.37828	.37448	.37070	.36693	.36317	.35942	.35569	.35197	.34827
-0.2	.42074	.41683	.41294	.40905	.40517	.40129	.39743	.39358	.38974	.38591
-0.1	.46017	.45620	.45224	.44828	.44433	.44038	.43644	.43251	.42858	.42465
-0.0	.50000	.49601	.49202	.48803	.48405	.48006	.47608	.47210	.46812	.46414

Standardizálás

Ahhoz, hogy a mi mintánkra is használhatóak legyenek a normáeloszlás valószínűségei, **a mintánk pontjait meg kell feleltetni a normál görbe Z-értékeinek.**

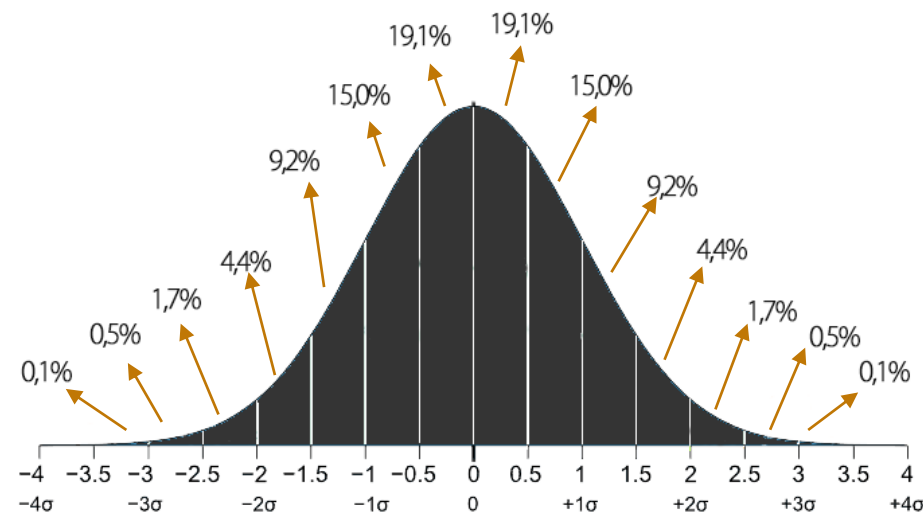
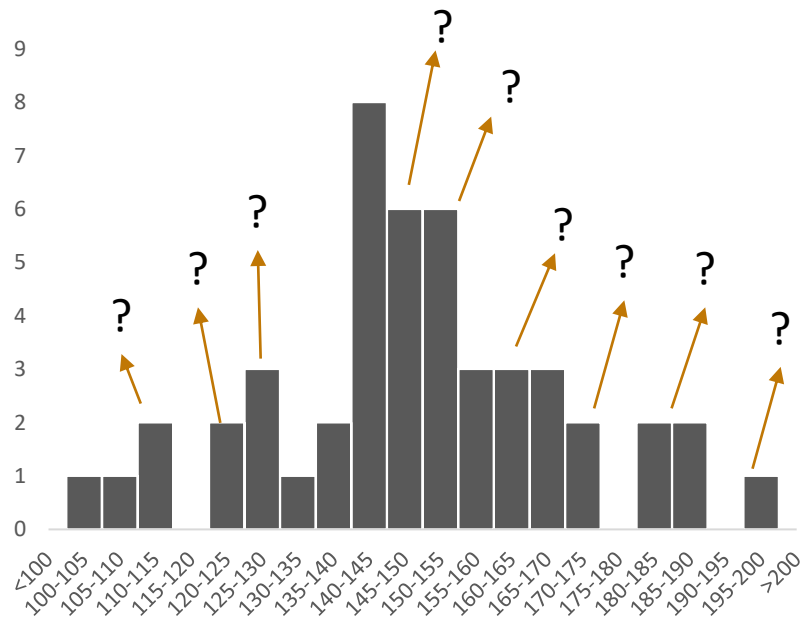
(meg kell határozni, hogy pl. a 180 cm-hez milyen Z-érték tartozik)

A kettő nagyon különbözik:

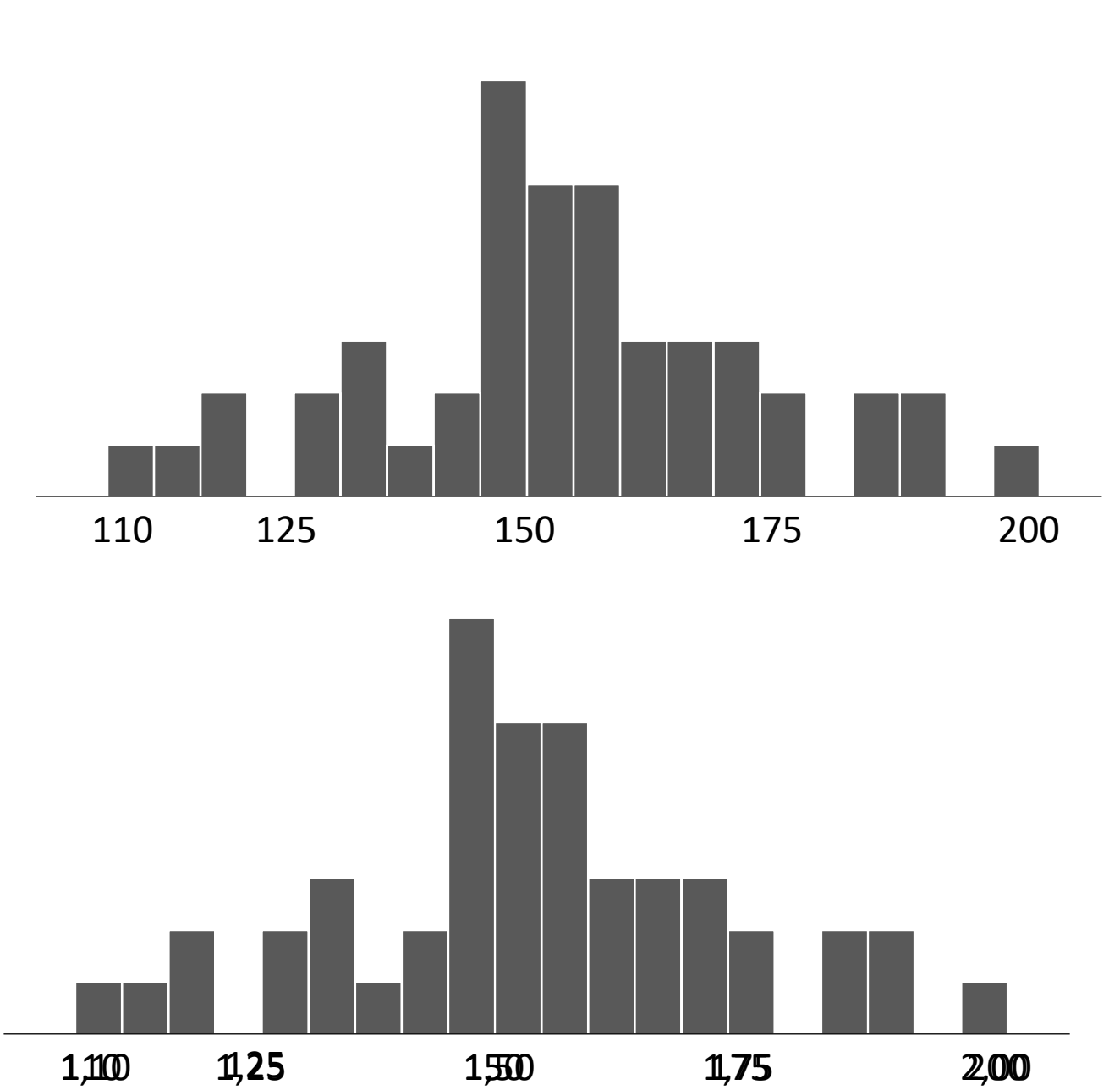
- a normálgörbe átlaga=0 és szórása=1,
- a mi mintánk átlaga=149,06 és szórása=21,02.

Hogyan lesz ez összehasonlítható?

- **Lineáris transzformációkkal** alakítsuk át a mintánk úgy, hogy az ő átlaga is 0 és szórása 1 legyen!



Nyers érték	+2	-2	/100	*100
187	189	187	1,87	187
164	166	164	1,64	164
133	135	133	1,33	133
144	146	144	1,44	144
105	107	105	1,05	105
139	141	139	1,39	139
124	126	124	1,24	124
122	124	122	1,22	122
163	165	163	1,63	163
149	151	149	1,49	149
153	155	153	1,53	153
172	174	172	1,72	172
138	140	138	1,38	138
156	158	156	1,56	156
126	128	126	1,26	126
111	113	111	1,11	111
181	183	181	1,81	181
142	144	142	1,42	142
151	153	151	1,51	151
157	159	157	1,57	157
169	171	169	1,69	169
154	156	154	1,54	154
197	199	197	1,97	197



Standardizálás

Standardizálás

$$z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$$



Mintaátlag nem 0



A minta értékeiből kivonva a mintaátlagot, az új minta átlaga 0 lesz

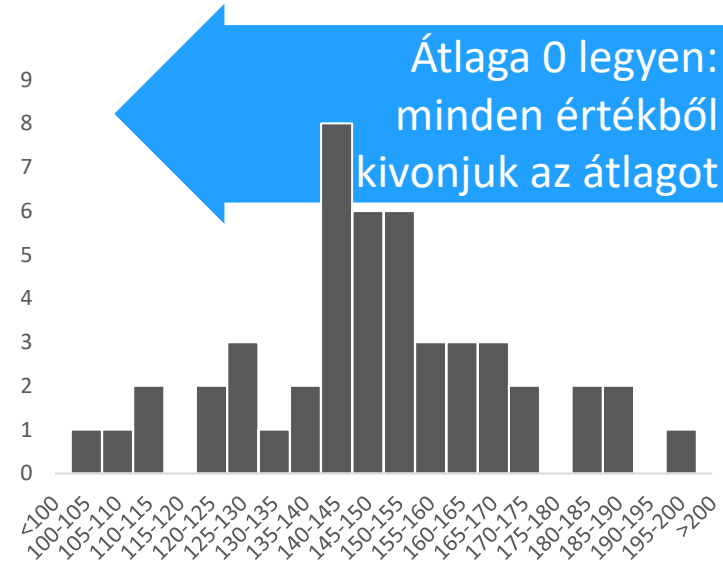


Minta szórása nem 1

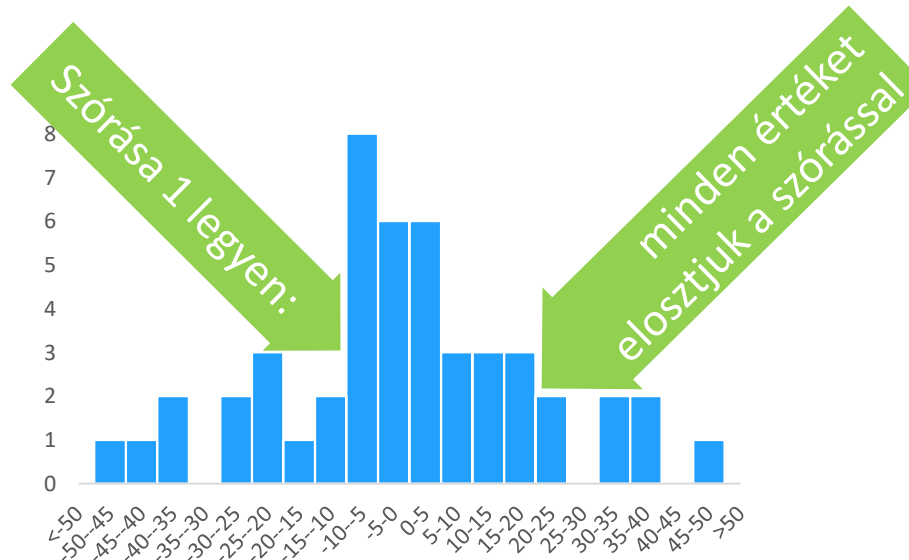
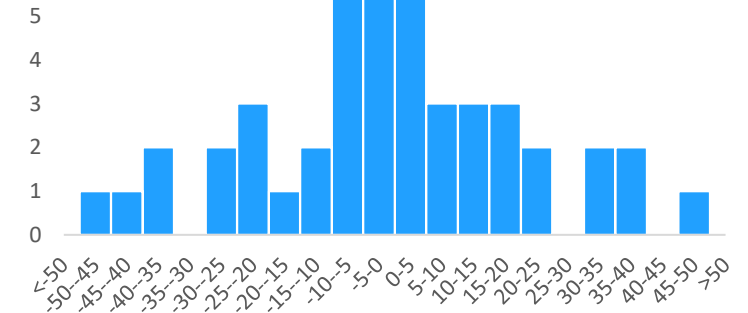


A minta értékeit elosztva szórással, az új minta szórása 1 lesz

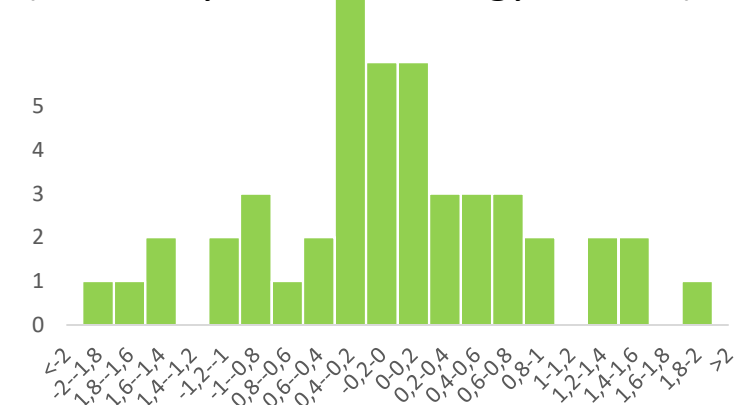
Az így kapott új értékeket z-értékeknek nevezzük



Ezzel csak annyi történt, hogy a görbét eltoltuk az x-tengelyen.



Ezzel csak átskáláztuk az eloszlásgörbét („lekicsinyítettük / felnagyítottuk”)



Normál eloszlás – z-érték – valószínűségek

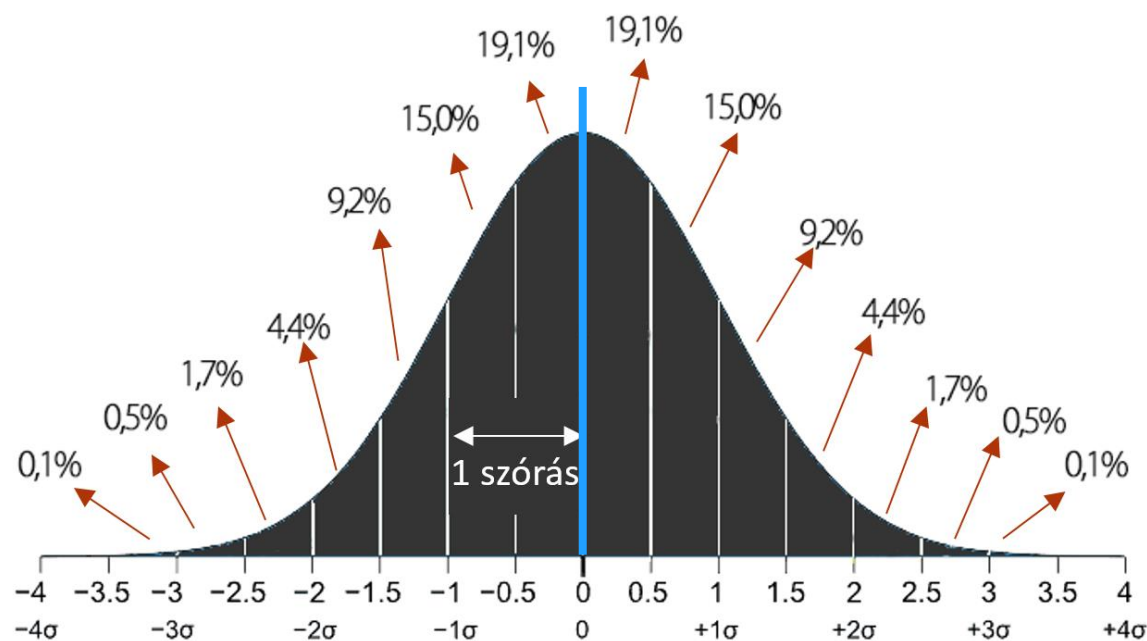
Lássuk még egyszer a minta és z-értékek összefüggését:

Z-érték, normál érték vagy **standardizált érték**
egy skálázatlan mérőszám, megadja, hogy a nyers
pontszám hány szórásnyira van az átlagtól

- Z=0: az a pont, amely az átlagtól 0 szórásnyira van,
középen helyezkedik el (meg egyezik az átlaggal)

$$0 = \frac{\bar{x} - \bar{x}}{s}$$

$$0 = \frac{0}{21,02}$$



Felső sorban Z-értékek, alatta szórások

Normál eloszlás – z-érték – valószínűségek

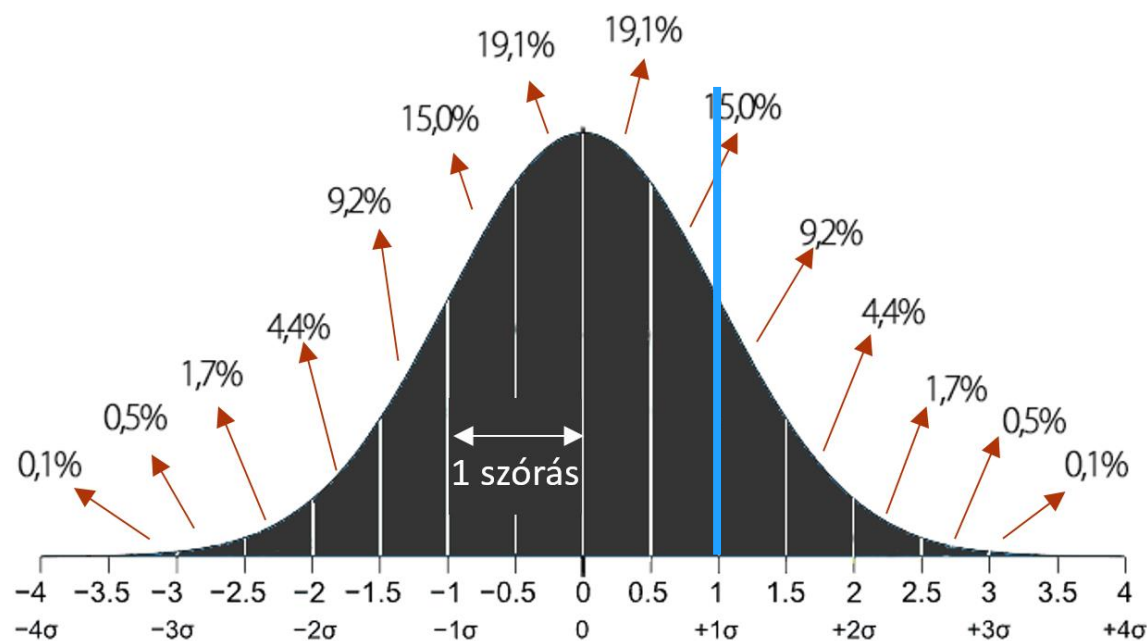
Lássuk még egyszer a minta és z-értékek összefüggését:

Z-érték, normál érték vagy **standardizált érték**
egy skálázatlan mérőszám, megadja, hogy a nyers
pontszám hány szórásnyira van az átlagtól

- Z=0: az a pont, amely az átlagtól 0 szórásnyira van, középen helyezkedik el (megegyezik az átlaggal)
- Z=1: az a pont, amely az átlagtól 1 szórásnyi távolságra van pozitív irányban

$$1 = \frac{\bar{x} + s - \bar{x}}{s}$$

$$1 = \frac{21,02}{21,02}$$



Felső sorban Z-értékek, alatta szórások

Normál eloszlás – z-érték – valószínűségek

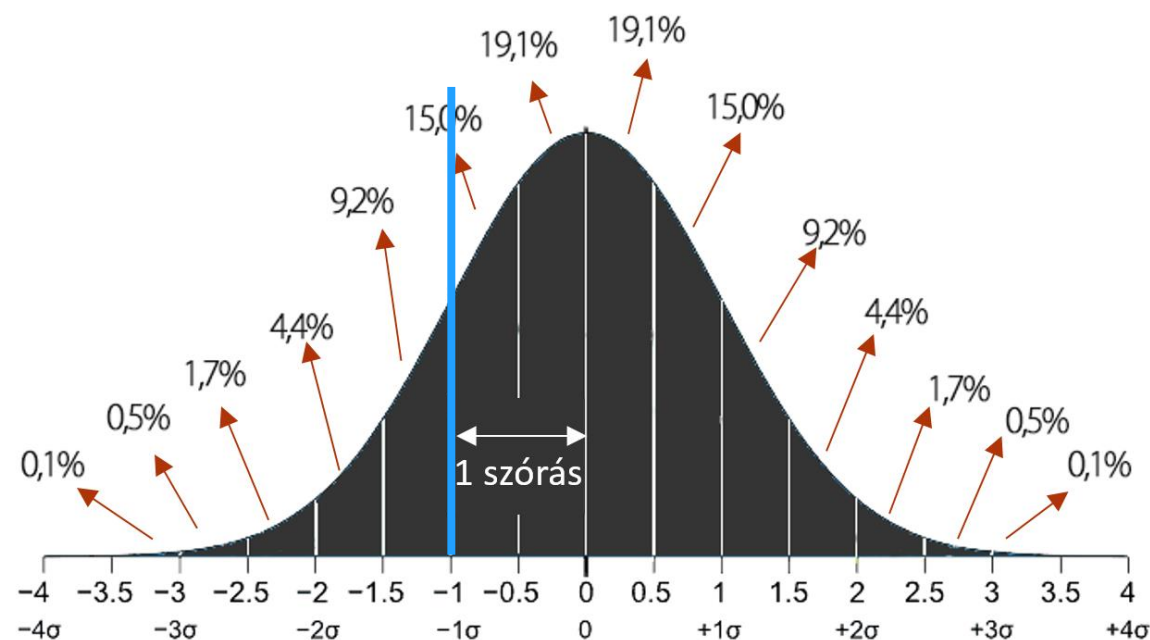
Lássuk még egyszer a minta és z-értékek összefüggését:

Z-érték, normál érték vagy **standardizált érték**
egy skálázatlan mérőszám, megadja, hogy a nyers
pontszám hány szórásnyira van az átlagtól

- $Z=0$: az a pont, amely az átlagtól 0 szórásnyira van, középen helyezkedik el (megegyezik az átlaggal)
- $Z=1$: az a pont, amely az átlagtól 1 szórásnyi távolságra van pozitív irányban
- $Z=-1$: az a pont, amely az átlagtól 1 szórásnyi távolságra van negatív irányban

$$-1 = \frac{\bar{x} - s - \bar{x}}{s}$$

$$-1 = \frac{-21,02}{21,02}$$



Felső sorban Z-értékek, alatta szórások

Normál eloszlás – z-érték – valószínűségek

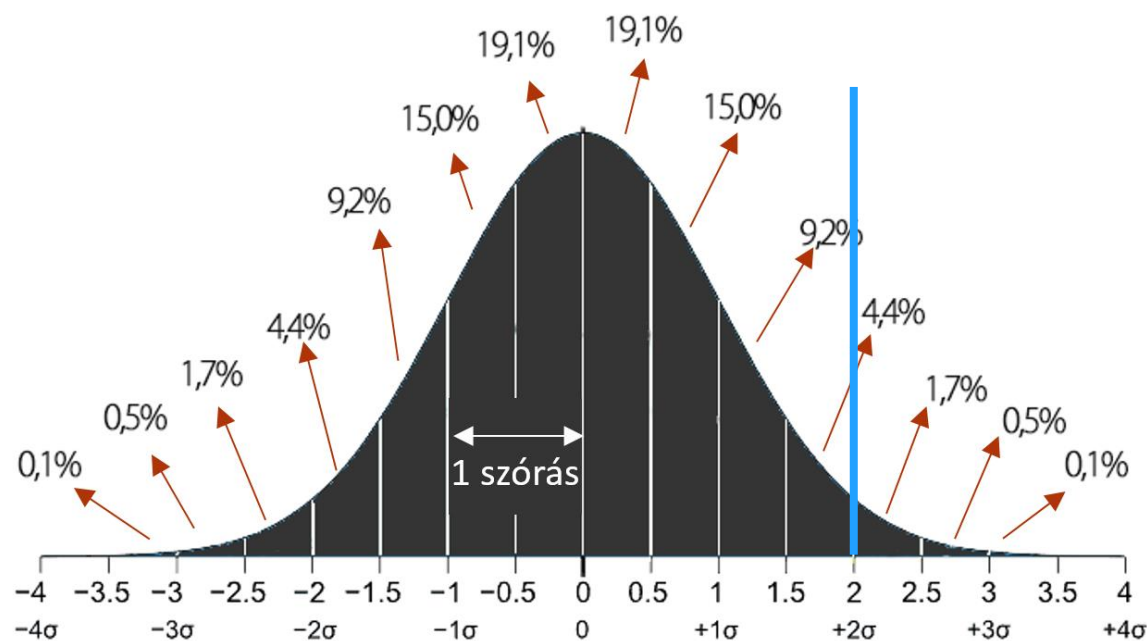
Lássuk még egyszer a minta és z-értékek összefüggését:

Z-érték, normál érték vagy **standardizált érték**
egy skálázatlan mérőszám, megadja, hogy a nyers
pontszám hány szórásnyira van az átlagtól

- Z=0: az a pont, amely az átlagtól 0 szórásnyira van, középen helyezkedik el (megegyezik az átlaggal)
- Z=1: az a pont, amely az átlagtól 1 szórásnyi távolságra van pozitív irányban
- Z=-1: az a pont, amely az átlagtól 1 szórásnyi távolságra van negatív irányban
- Z=2: az a pont, amely az átlagtól 2 szórásnyi távolságra van pozitív irányban (stb.)

$$Z = \frac{\bar{x} + 2s - \bar{x}}{s}$$

$$2 = \frac{42,04}{21,02}$$



Felső sorban Z-értékek, alatta szórások

Nyers érték	Z-érték
187	1,804948
164	0,710752
133	-0,76403
144	-0,24072
105	-2,0961
139	-0,47859
124	-1,1922
122	-1,28735
163	0,663178
149	-0,00285
153	0,187441
172	1,091342
138	-0,52617
156	0,330162
126	-1,09705
111	-1,81066
181	1,519505
142	-0,33587
151	0,092293
157	0,377735
169	0,94862
154	0,235014
197	2,280685

Normál eloszlás – z-érték - gyakorlás

Egy kis gyakorlás:

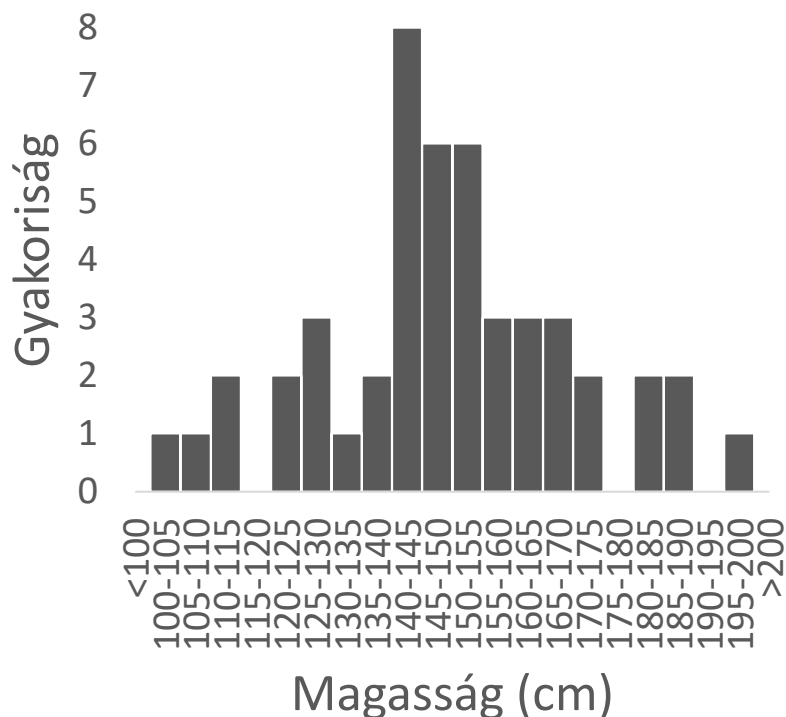
Van egy tinédzserekből álló mintánk. A magasság átlaga=149,06 és szórása=21,02. Ebből a mintából látsz oldalt egy részletet.

Z-értékek számolása. Számold ki mindenkihez a Z-értéket!

$$z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$$

Z-értékek olvasása. A Z-értékekből olvasd le:

- Melyik személy helyezkedik el az átlaghoz legközelebb?
- Kik azok, akik az átlagnál csak kicsit magasabbak?
- Kik tartoznak a legmagasabb 2,5%-ba?



Van egy tinédzserekből álló mintánk.
A magasság átlaga=149,06 és szórása=21,02.



Mennyi a valószínűsége, hogy egy tini 180cm-nél magasabb legyen?



Némi csúsztatással, mert itt inkább t-eloszlást kellene használni, de kellően nagy mintánál a különbség elhanyagolhatóvá válik):

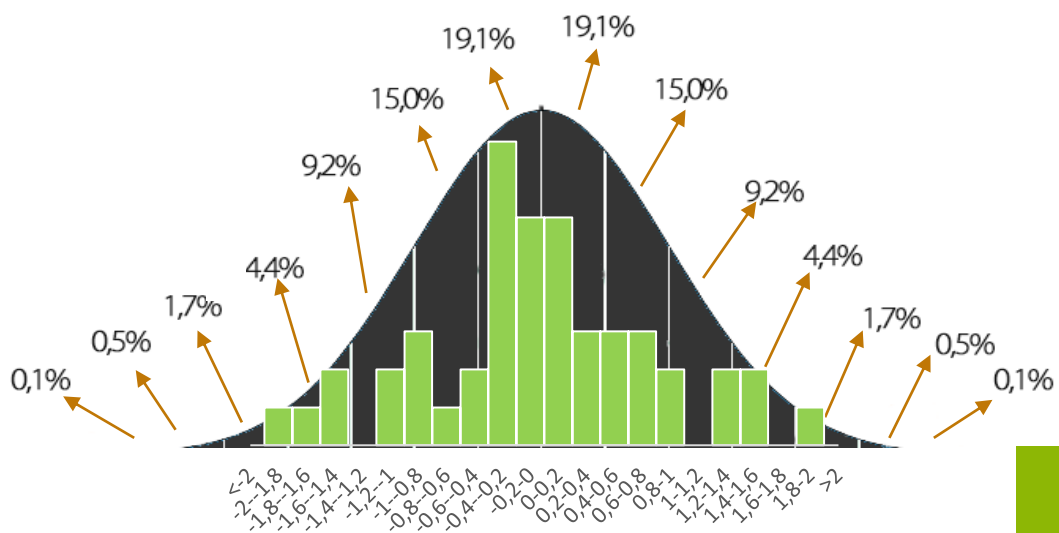
Alakítsuk át a 180cm-t Z-értékké:

$$Z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s} = \frac{180 - 149,06}{21,02} = 1,47$$

A táblázatból kikeresve a Z=1,47 feletti részhez 7,215% tartozik.



Annak valószínűsége, hogy egy tini 180cm-nél magasabb lesz, 7,215%, **feltételezve, hogy a magasság a populációban normál eloszlást követ, és a mintánk jól reprezentálja a populációt.**



A mintaátlagot és szórást használtuk fel a statisztikai értékek kiszámolásához

Kell, hogy ezek jól reprezentálják a populációátlagot és szórást

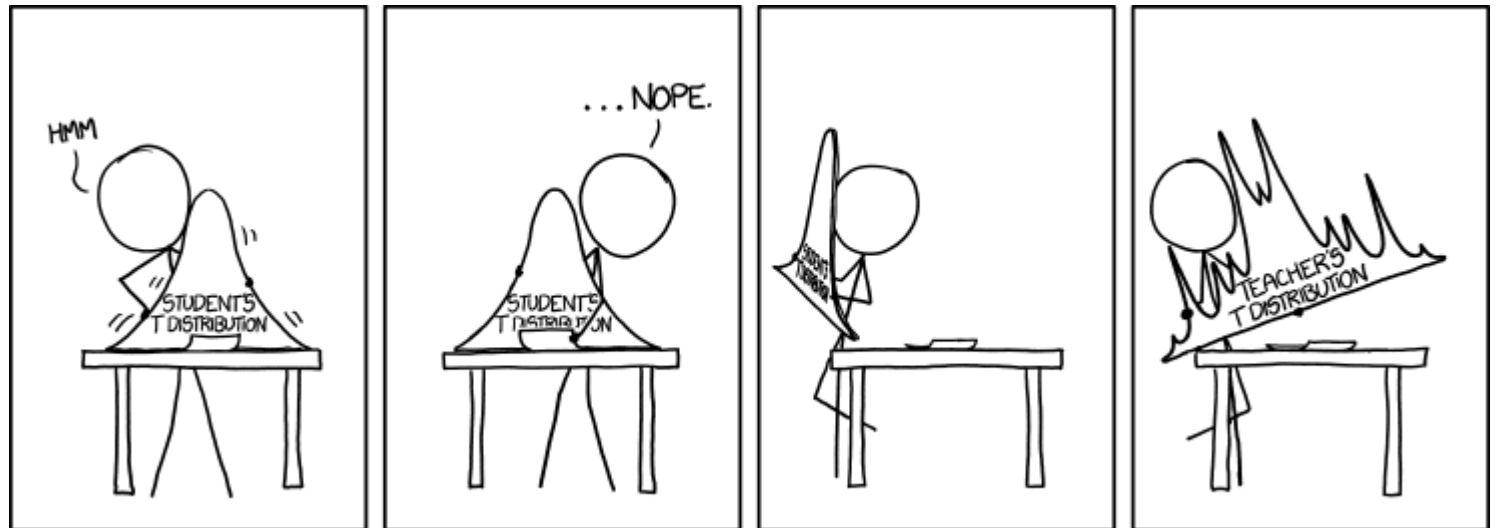
Kell, hogy a minta jól reprezentálja a populációt

A normáeloszlás tábla alapján rendeltünk a statisztikai értékekhez valószínűségeket

Kell, hogy a populáció normáeloszlást kövessen.

t-eloszlás?

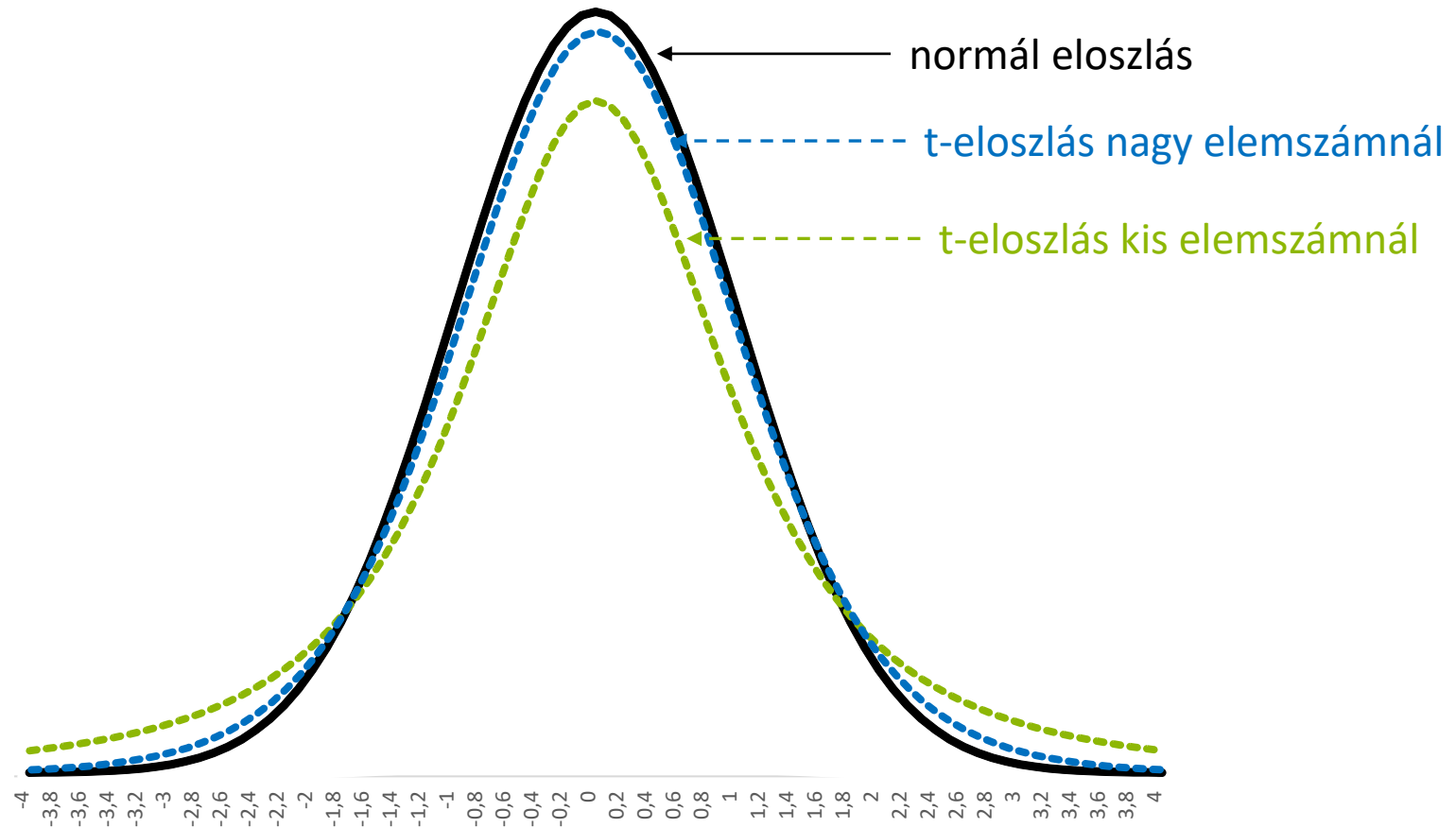
t-eloszlás



Student-féle t-eloszlás

Egy normáeloszlást követő populációból vett minta eloszlását írja le, abban az esetben, ha a populáció szórása nem ismert

- Alakja leginkább a kis méretű minták esetében tér el a normál eloszlástól
- A mintaelemszám növelésével egyre inkább követi a normál eloszlást



Leggyakoribb használata:



Egy adott érték előfordulási valószínűsége a minta alapján

A tinédzser mintám alapján mennyi annak a valószínűsége, hogy egy tini 180cm-nél magasabb?

180 cm



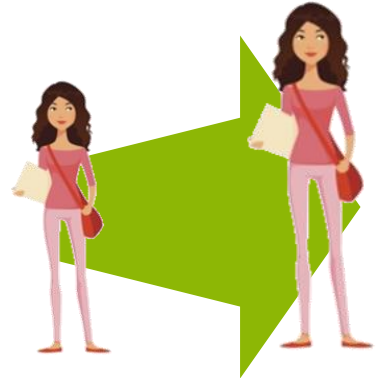
- Egy minta a normatívaértéktől történő eltérésének vizsgálata (egymintás t-próba)

A mintám alapján eltér-e a tinik átlagmagassága a 180cm-es értéktől?

- Két minta különbségének vizsgálata (összefüggő és független mintás t-próba)

Szignifikánsan nő-e a magasság fél év alatt?

Különbözik-e a tinifiúk és tinilányok magassága?

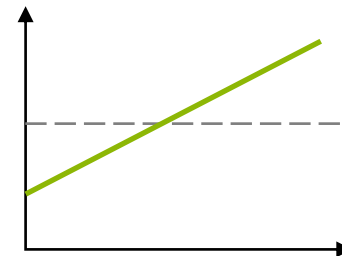


- Pearson korreláció

Pearson korrelációs együttható (r) $\rightarrow$ statisztikai érték (t) $\rightarrow$ szignifikanciaérték (p)

- Lineáris regresszió együtthatótáblája

Béta-értékek meredekségének vizsgálata



t-eloszlás és elemszám (szabadságfok)

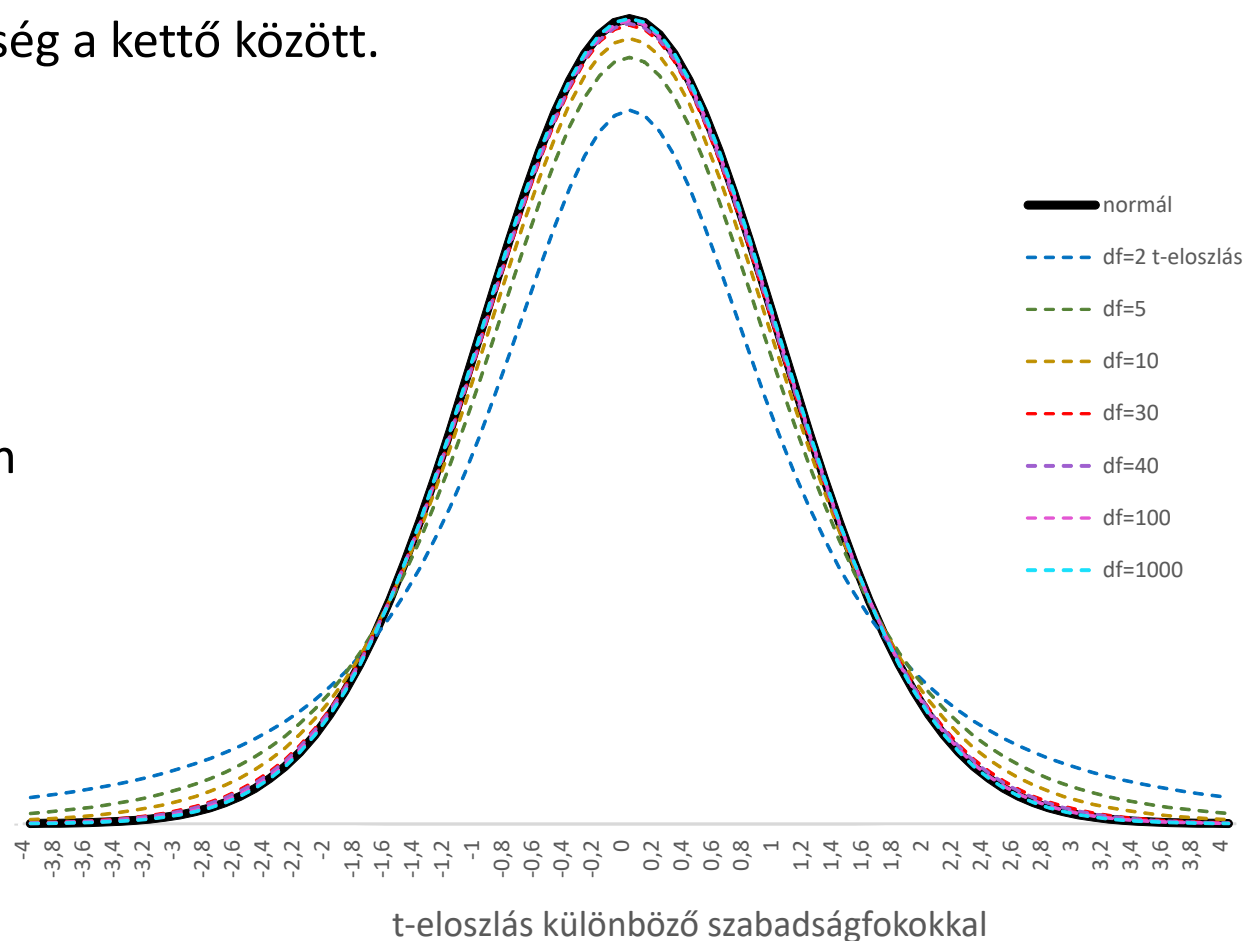
Hasonlít a normál eloszlásra, de vastagabb farokrésszel – a mérés bizonytalansága miatt.

A (szabadságfok) növelésével alakja egyre inkább hasonlít a normál-eloszlás alakjához.

- Végtelen szabadságfok esetén megegyezik a normál eloszlással.
- 30-40 fő felett már nincs jelentős különbség a kettő között.

Ebből adódik (többek között):

- a normalitás feltételének tesztelésekor a central limit theorem 40 fős kritériuma
- az az ökölszabály is, hogy egy vizsgálatban kb. 30 főre van szükség csoportonként





Friedrich Robert
Helmert



Jacob Lüroth



Karl Pearson



William Sealy Gosset
Student álnéven

t-eloszlás szabadságfoka és a szignifikancia

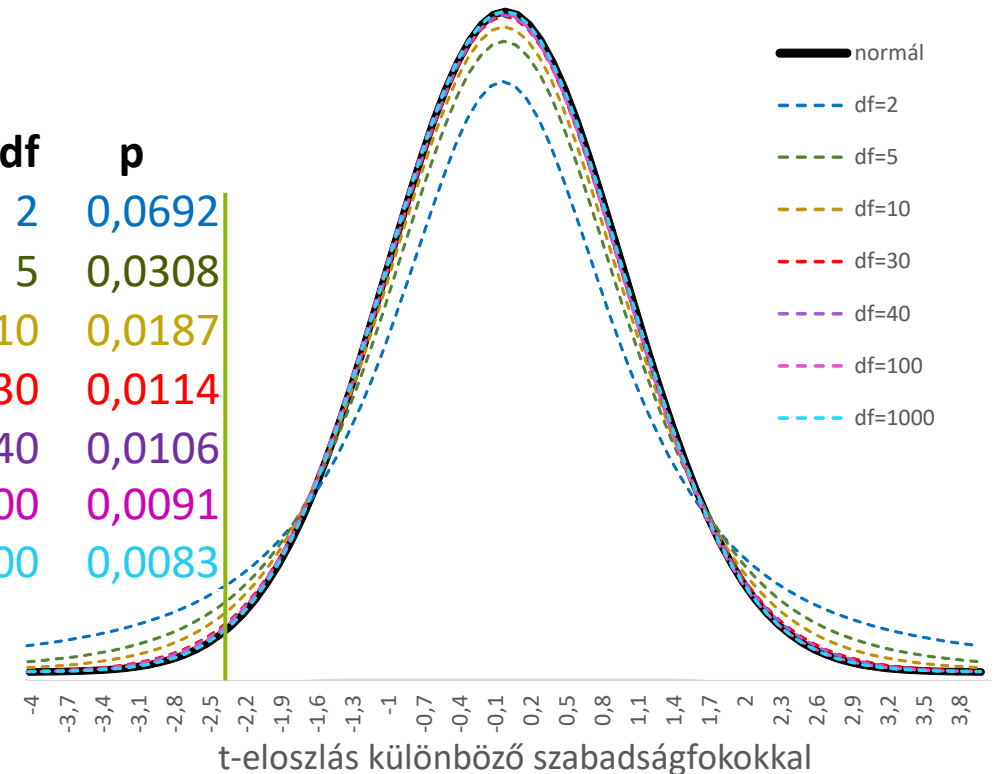
Hasonlít a normál eloszlásra, de vastagabb farokrésszel – a mérés bizonytalansága miatt. A szabadságfok növelésével alakja egyre „karcsúbb” lesz, míg végtelen szabadságfok esetén eléri a normál-eloszlás alakjához.

Ebből adódóan minél nagyobb az elemszám (a szababságfok), ugyanahhoz a t-értékhez annál kisebb valószínűség (p-érték) fog tartozni *az eloszlásgörbe szélein*. És ugyan egyre csökkenő mértékben, de az elemszám növelésével ugyanakkora hatás (t-érték) egyre szignifikánsabb lesz.

Ez a gyakorlatban is értelmezhető: a nagyobb minta valószínűleg jobban reprezentálja a populációt, mint egy kisebb. Ezért a nagyobb mintán kapott hatást „inkább hisszük el” a populációban is létezőnek.

(Ez a összefüggés más statisztikai próbákra is igaz.)

t	df	p
-2,4	2	0,0692
-2,4	5	0,0308
-2,4	10	0,0187
-2,4	30	0,0114
-2,4	40	0,0106
-2,4	100	0,0091
-2,4	1000	0,0083



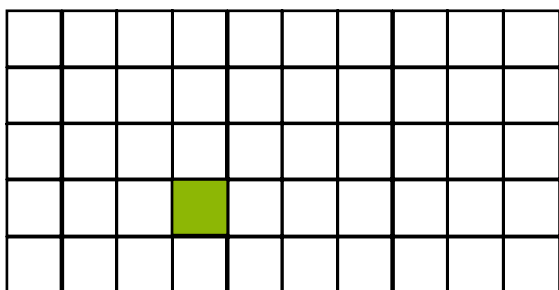
MINTA POPULÁCIÓ

158,7cm alatti férfiak
aránya a mintában:

176	172	183
179	170	179

175	177	184
167	176	178

181	176	169
170	156	173

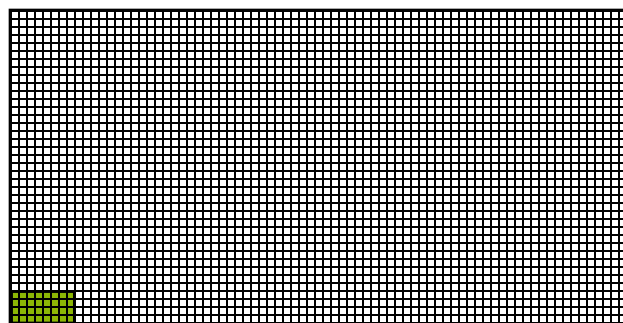


0%

0%

16,66%

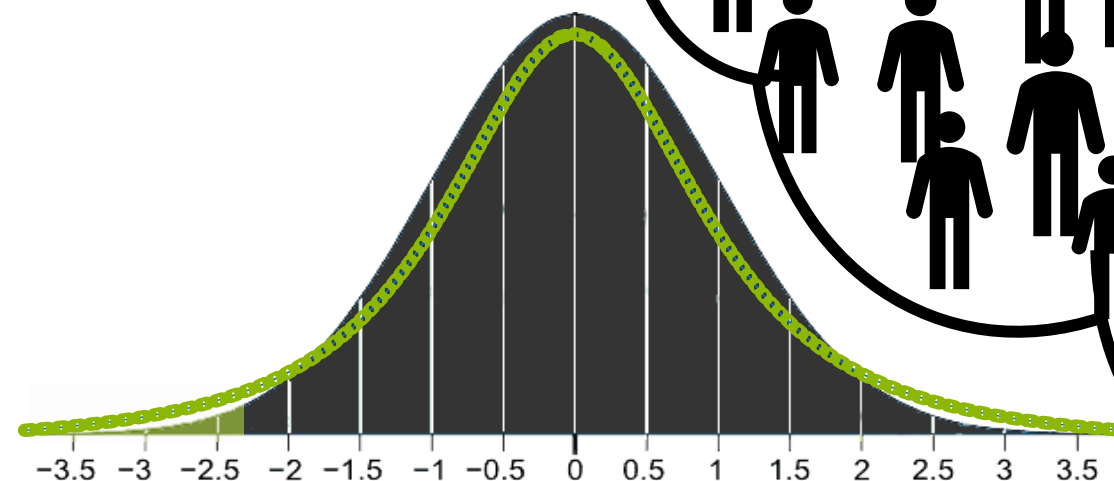
2%



Legalacsonyabb 1%-nak
a $Z = -2.33$ felel meg;
ami visszaszámítva 158,7cm

$$Z * \text{szórás} + \text{átlag} = X_i$$

Magyar férfi magasság
 $M = 176$; $SD = 7,42$

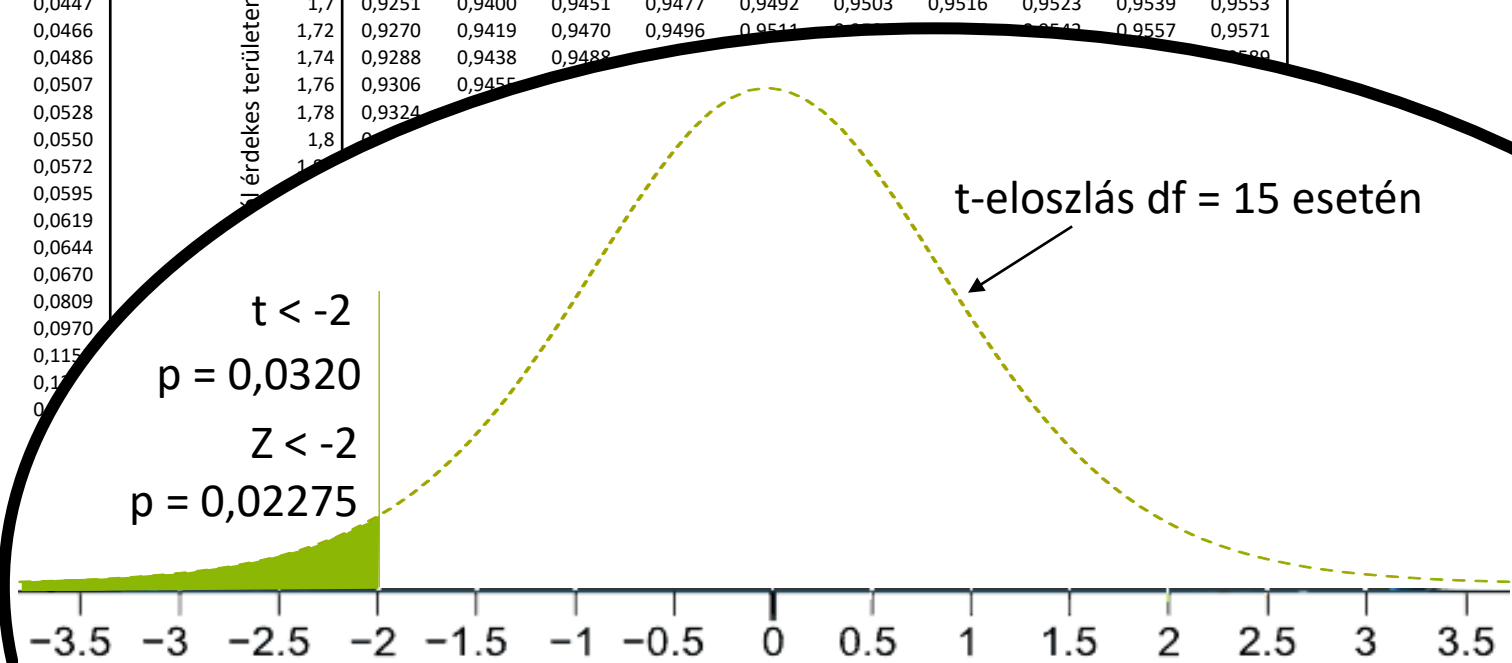


t-értékek (a szignifikancia szempontjából érdekes területen kétszázad pontossággal, egyébként egy tized pontossággal)

	szabadságfok									
	5	10	15	20	25	30	40	50	100	1000
-3	0,0150	0,0067	0,0045	0,0035	0,0030	0,0027	0,0023	0,0021	0,0017	0,0014
-2,9	0,0169	0,0079	0,0055	0,0044	0,0038	0,0035	0,0030	0,0028	0,0023	0,0019
-2,8	0,0190	0,0094	0,0067	0,0055	0,0049	0,0044	0,0039	0,0036	0,0031	0,0026
-2,7	0,0214	0,0112	0,0082	0,0069	0,0061	0,0056	0,0051	0,0047	0,0041	0,0035
-2,6	0,0241	0,0132	0,0100	0,0086	0,0077	0,0072	0,0065	0,0061	0,0054	0,0047
-2,5	0,0272	0,0157	0,0123	0,0106	0,0097	0,0091	0,0083	0,0079	0,0070	0,0063
-2,4	0,0308	0,0187	0,0149	0,0131	0,0121	0,0114	0,0106	0,0101	0,0091	0,0083
-2,3	0,0349	0,0221	0,0181	0,0162	0,0150	0,0143	0,0134	0,0128	0,0118	0,0108
-2,2	0,0395	0,0262	0,0219	0,0199	0,0186	0,0178	0,0168	0,0162	0,0151	0,0140
-2,1	0,0449	0,0310	0,0265	0,0243	0,0230	0,0221	0,0210	0,0204	0,0191	0,0180
-2	0,0510	0,0367	0,0320	0,0296	0,0282	0,0273	0,0262	0,0255	0,0241	0,0229
-1,98	0,0523	0,0379	0,0332	0,0308	0,0294	0,0285	0,0273	0,0266	0,0252	0,0240
-1,96	0,0536	0,0392	0,0344	0,0320	0,0306	0,0297	0,0285	0,0278	0,0264	0,0251
-1,94	0,0550	0,0405	0,0357	0,0333	0,0319	0,0309	0,0297	0,0290	0,0276	0,0263
-1,92	0,0565	0,0419	0,0370	0,0346	0,0332	0,0322	0,0310	0,0303	0,0289	0,0276
-1,9	0,0579	0,0433	0,0384	0,0360	0,0345	0,0335	0,0323	0,0316	0,0302	0,0289
-1,88	0,0594	0,0448	0,0398	0,0374	0,0359	0,0349	0,0337	0,0330	0,0315	0,0302
-1,86	0,0610	0,0463	0,0413	0,0388	0,0373	0,0364	0,0351	0,0344	0,0329	0,0316
-1,84	0,0626	0,0478	0,0428	0,0403	0,0388	0,0378	0,0366	0,0359	0,0344	0,0330
-1,82	0,0642	0,0494	0,0444	0,0419	0,0404	0,0394	0,0381	0,0374	0,0359	0,0345
-1,8	0,0659	0,0510	0,0460	0,0435	0,0420	0,0410	0,0397	0,0389	0,0374	0,0361
-1,78	0,0676	0,0527	0,0477	0,0451	0,0436	0,0426	0,0413	0,0406	0,0391	0,0377
-1,76	0,0694	0,0545	0,0494	0,0468	0,0453	0,0443	0,0430	0,0423	0,0407	0,0394
-1,74	0,0712	0,0562	0,0512	0,0486	0,0471	0,0461	0,0448	0,0440	0,0425	0,0411
-1,72	0,0730	0,0581	0,0530	0,0504	0,0489	0,0479	0,0466	0,0458	0,0443	0,0429
-1,7	0,0749	0,0600	0,0549	0,0523	0,0508	0,0497	0,0484	0,0477	0,0461	0,0447
-1,68	0,0769	0,0619	0,0568	0,0543	0,0527	0,0517	0,0504	0,0496	0,0480	0,0466
-1,66	0,0789	0,0640	0,0588	0,0563	0,0547	0,0537	0,0524	0,0516	0,0500	0,0486
-1,64	0,0810	0,0660	0,0609	0,0583	0,0568	0,0557	0,0544	0,0536	0,0521	0,0507
-1,62	0,0831	0,0682	0,0630	0,0604	0,0589	0,0578	0,0565	0,0558	0,0542	0,0528
-1,6	0,0852	0,0703	0,0652	0,0626	0,0611	0,0600	0,0587	0,0579	0,0564	0,0550
-1,58	0,0875	0,0726	0,0675	0,0649	0,0633	0,0623	0,0610	0,0602	0,0586	0,0572
-1,56	0,0898	0,0749	0,0698	0,0672	0,0657	0,0646	0,0633	0,0625	0,0610	0,0595
-1,54	0,0921	0,0773	0,0722	0,0696	0,0681	0,0670	0,0657	0,0649	0,0634	0,0619
-1,52	0,0945	0,0797	0,0747	0,0721	0,0705	0,0695	0,0682	0,0674	0,0658	0,0644
-1,5	0,0970	0,0823	0,0772	0,0746	0,0731	0,0720	0,0707	0,0700	0,0684	0,0670
-1,4	0,1102	0,0959	0,0909	0,0884	0,0869	0,0859	0,0846	0,0838	0,0823	0,0809
-1,3	0,1252	0,1114	0,1066	0,1042	0,1027	0,1018	0,1005	0,0998	0,0983	0,0970
-1,2	0,1419	0,1289	0,1244	0,1221	0,1207	0,1198	0,1186	0,1179	0,1165	0,1151
-1,1	0,1607	0,1486	0,1443	0,1422	0,1409	0,1400	0,1390	0,1383	0,1370	0,1357
-1	0,1816	0,1704	0,1666	0,1646	0,1634	0,1627	0,1617	0,1611	0,1599	0,1587
-0,9	0,2047	0,1946	0,1912	0,1894	0,1884	0,1876	0,1868	0,1862	0,1851	0,1840
-0,8	0,2300	0,2212	0,2181	0,2166	0,2156	0,2150	0,2142	0,2137	0,2128	0,2119
-0,7	0,2576	0,2499	0,2473	0,2460	0,2452	0,2447	0,2440	0,2436	0,2428	0,2420
-0,6	0,2873	0,2809	0,2787	0,2776	0,2770	0,2765	0,2759	0,2756	0,2749	0,2742
-0,5	0,3191	0,3139	0,3122	0,3113	0,3107	0,3104	0,3099	0,3096	0,3091	0,3086
-0,4	0,3528	0,3488	0,3474	0,3467	0,3463	0,3460	0,3456	0,3454	0,3450	0,3446
-0,3	0,3881	0,3852	0,3841	0,3836	0,3833	0,3831	0,3829	0,3827	0,3824	0,3821
-0,2	0,4247	0,4227	0,4221	0,4218	0,4215	0,4214	0,4212	0,4211	0,4209	0,4207
-0,1	0,4621	0,4612	0,4608	0,4607	0,4606	0,4605	0,4604	0,4604	0,4603	0,4602
0	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000

t-értékes területen kétszázad pontossággal, egyébként egy tized pontossággal)

	szabadságfok									
	5	10	15	20	25	30	40	50	100	1000
0	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000
0,1	0,5379	0,5388	0,5392	0,5393	0,5394	0,5395	0,5396	0,5396	0,5397	0,5398
0,2	0,5753	0,5773	0,5779	0,5782	0,5785	0,5786	0,5788	0,5789	0,5791	0,5792
0,3	0,6119	0,6148	0,6159	0,6164	0,6167	0,6169	0,6171	0,6173	0,6176	0,6179
0,4	0,6472	0,6512	0,6526	0,6533	0,6537	0,6540	0,6544	0,6546	0,6550	0,6554
0,5	0,6809	0,6861	0,6878	0,6887	0,6893	0,6896	0,6901	0,6904	0,6909	0,6914
0,6	0,7127	0,7191	0,7213	0,7224	0,7230	0,7235	0,7241	0,7244	0,7251	0,7257
0,7	0,7424	0,7501	0,7527	0,7540	0,7548	0,7553	0,7560	0,7564	0,7572	0,7580
0,8	0,7700	0,7788	0,7819	0,7834	0,7844	0,7850	0,7858	0,7863	0,7872	0,7880
0,9	0,7953	0,8054	0,8088	0,8106	0,8116	0,8124	0,8132	0,8138	0,8149	0,8158
1	0,8184	0,8296	0,8334	0,8354	0,8366	0,8373	0,8383	0,8389	0,8401	0,8412
1,1	0,8393	0,8514	0,8557	0,8578	0,8591	0,8600	0,8610	0,8617	0,8630	0,8642
1,2	0,8581	0,8711	0,8756	0,8779	0,8793	0,8802	0,8814	0,8821	0,8835	0,8848
1,3	0,8748	0,8886	0,8934	0,8958	0,8973	0,8982	0,8995	0,9002	0,9017	0,9030
1,4	0,8898	0,9041	0,9091	0,9116	0,9131	0,9141	0,9154	0,9162	0,9177	0,9191
1,5	0,9030	0,9177	0,9228	0,9254	0,9269	0,9280	0,9293	0,9300	0,9316	0,9330
1,52	0,9055	0,9203	0,9253	0,9279	0,9295	0,9305	0,9318	0,9326	0,9342	0,9356
1,54	0,9079	0,9227	0,9278	0,9304	0,9319	0,9330	0,9343	0,9351	0,9366	0,9381
1,56	0,9102	0,9251	0,9302	0,9328	0,9343	0,9354	0,9367	0,9375	0,9390	0,9405
1,58	0,9125	0,9274	0,9325	0,9351	0,9367	0,9377	0,9390	0,9398	0,9414	0,9428
1,6	0,9148	0,9297	0,9348	0,9374	0,9389	0,9400	0,9413	0,9421	0,9436	0,9450
1,62	0,9169	0,9318	0,9370	0,9396	0,9411	0,9422	0,9435	0,9442	0,9458	0,9472
1,64	0,9190	0,9340	0,9391	0,9417	0,9432	0,9443	0,9456	0,9464	0,9479	0,9493
1,66	0,9211	0,9360	0,9412	0,9437	0,9453	0,9463	0,9476	0,9484	0,9500	0,9514
1,68	0,9231	0,9381	0,9432	0,9457	0,9473	0,9483	0,9496	0,9504	0,9520	0,9534
1,7	0,9251	0,9400	0,9451	0,9477	0,9492	0,9503	0,9516	0,9523	0,9539	0,9553
1,72	0,9270	0,9419	0,9470	0,9496	0,9511	0,9522	0,9535	0,9542	0,9557	0,9571
1,74	0,9288	0,9438	0,9488	0,9514	0,9529	0,9540	0,9553	0,9560	0,9575	0,9589
1,76	0,9306	0,9455	0,9505	0,9531	0,9546	0,9557	0,9569	0,9576	0,9591	0,9605
1,78	0,9324	0,9473	0,9523	0,9549	0,9564	0,9575	0,9587	0,9594	0,9609	0,9623
1,8	0,9342	0,9491	0,9541	0,9567	0,9582	0,9593	0,9605	0,9612	0,9627	0,9641
1,82	0,9359	0,9508	0,9558	0,9584	0,9599	0,9610	0,9622	0,9629	0,9644	0,9658
1,84	0,9376	0,9525	0,9575	0,9601	0,9616	0,9627	0,9639	0,9646	0,9661	0,9675
1,86	0,9393	0,9542	0,9592	0,9618	0,9633	0,9644	0,9656	0,9663	0,9678	0,9692
1,88	0,9409	0,9558	0,9608	0,9634	0,9649	0,9660	0,9672	0,9679	0,9694	0,9708
1,9	0,9426	0,9575	0,9625	0,9651	0,9666	0,9677	0,9689	0,9696	0,9711	0,9725
1,92	0,9442	0,9591	0,9641	0,9667	0,9682	0,9693	0,9705	0,9712	0,9727	0,9741
1,94	0,9458	0,9607	0,9657	0,9683	0,9698	0,9709	0,9721	0,9728	0,9743	0,9757
1,96	0,9474	0,9623	0,9673	0,9699	0,9714	0,9725	0,9737	0,9744	0,9759	0,9773
1,98	0,9489	0,9638	0,9688	0,9714	0,9729	0,9740	0,9752	0,9759	0,9774	0,9788
2	0,9505	0,9654	0,9704	0,9730	0,9745	0,9756	0,9768	0,9775	0,9790	0,9804



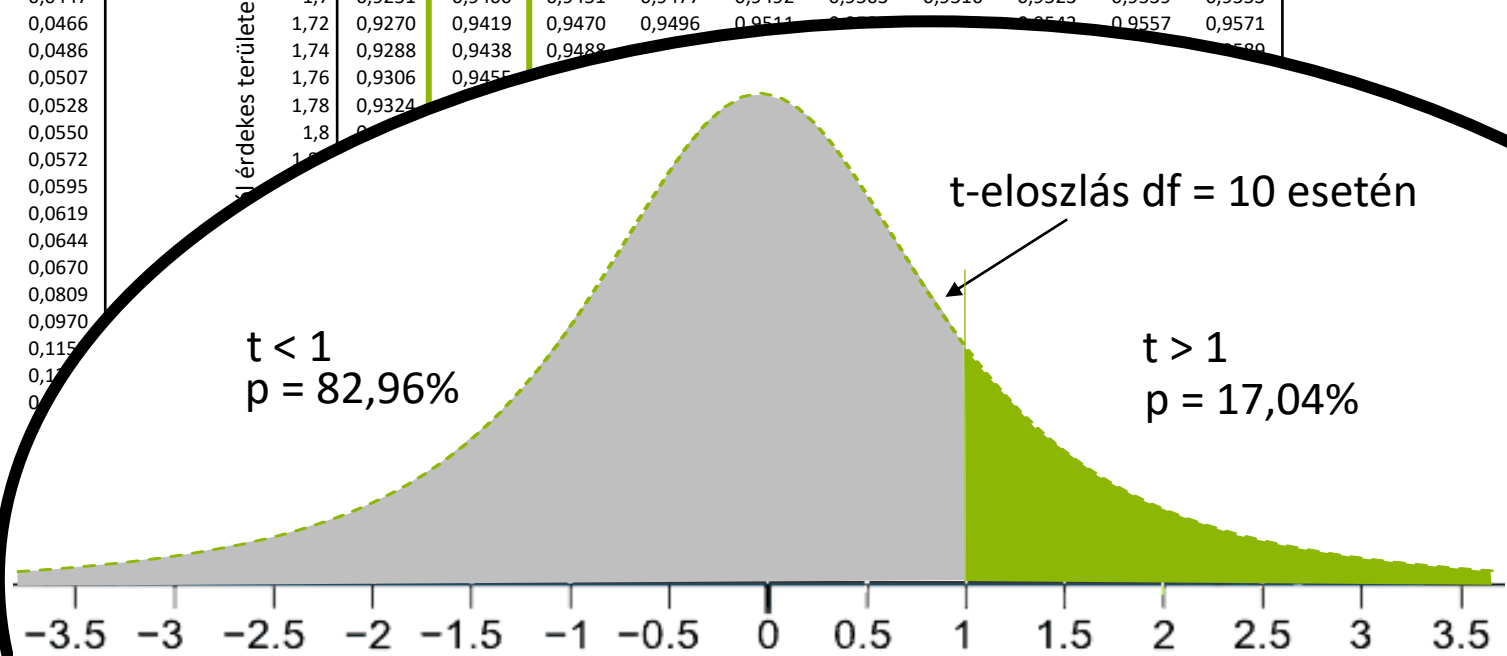
t-eloszlás tábla

t-értékek (a szignifikancia szempontjából érdekes területen kétszázad pontossággal, egyébként egy tized pontossággal)

	szabadságfok									
	5	10	15	20	25	30	40	50	100	1000
-3	0,0150	0,0067	0,0045	0,0035	0,0030	0,0027	0,0023	0,0021	0,0017	0,0014
-2,9	0,0169	0,0079	0,0055	0,0044	0,0038	0,0035	0,0030	0,0028	0,0023	0,0019
-2,8	0,0190	0,0094	0,0067	0,0055	0,0049	0,0044	0,0039	0,0036	0,0031	0,0026
-2,7	0,0214	0,0112	0,0082	0,0069	0,0061	0,0056	0,0051	0,0047	0,0041	0,0035
-2,6	0,0241	0,0132	0,0100	0,0086	0,0077	0,0072	0,0065	0,0061	0,0054	0,0047
-2,5	0,0272	0,0157	0,0123	0,0106	0,0097	0,0091	0,0083	0,0079	0,0070	0,0063
-2,4	0,0308	0,0187	0,0149	0,0131	0,0121	0,0114	0,0106	0,0101	0,0091	0,0083
-2,3	0,0349	0,0221	0,0181	0,0162	0,0150	0,0143	0,0134	0,0128	0,0118	0,0108
-2,2	0,0395	0,0262	0,0219	0,0199	0,0186	0,0178	0,0168	0,0162	0,0151	0,0140
-2,1	0,0449	0,0310	0,0265	0,0243	0,0230	0,0221	0,0210	0,0204	0,0191	0,0180
-2	0,0510	0,0367	0,0320	0,0296	0,0282	0,0273	0,0262	0,0255	0,0241	0,0229
-1,98	0,0523	0,0379	0,0332	0,0308	0,0294	0,0285	0,0273	0,0266	0,0252	0,0240
-1,96	0,0536	0,0392	0,0344	0,0320	0,0306	0,0297	0,0285	0,0278	0,0264	0,0251
-1,94	0,0550	0,0405	0,0357	0,0333	0,0319	0,0309	0,0297	0,0290	0,0276	0,0263
-1,92	0,0565	0,0419	0,0370	0,0346	0,0332	0,0322	0,0310	0,0303	0,0289	0,0276
-1,9	0,0579	0,0433	0,0384	0,0360	0,0345	0,0335	0,0323	0,0316	0,0302	0,0289
-1,88	0,0594	0,0448	0,0398	0,0374	0,0359	0,0349	0,0337	0,0330	0,0315	0,0302
-1,86	0,0610	0,0463	0,0413	0,0388	0,0373	0,0364	0,0351	0,0344	0,0329	0,0316
-1,84	0,0626	0,0478	0,0428	0,0403	0,0388	0,0378	0,0366	0,0359	0,0344	0,0330
-1,82	0,0642	0,0494	0,0444	0,0419	0,0404	0,0394	0,0381	0,0374	0,0359	0,0345
-1,8	0,0659	0,0510	0,0460	0,0435	0,0420	0,0410	0,0397	0,0389	0,0374	0,0361
-1,78	0,0676	0,0527	0,0477	0,0451	0,0436	0,0426	0,0413	0,0406	0,0391	0,0377
-1,76	0,0694	0,0545	0,0494	0,0468	0,0453	0,0443	0,0430	0,0423	0,0407	0,0394
-1,74	0,0712	0,0562	0,0512	0,0486	0,0471	0,0461	0,0448	0,0440	0,0425	0,0411
-1,72	0,0730	0,0581	0,0530	0,0504	0,0489	0,0479	0,0466	0,0458	0,0443	0,0429
-1,7	0,0749	0,0600	0,0549	0,0523	0,0508	0,0497	0,0484	0,0477	0,0461	0,0447
-1,68	0,0769	0,0619	0,0568	0,0543	0,0527	0,0517	0,0504	0,0496	0,0480	0,0466
-1,66	0,0789	0,0640	0,0588	0,0563	0,0547	0,0537	0,0524	0,0516	0,0500	0,0486
-1,64	0,0810	0,0660	0,0609	0,0583	0,0568	0,0557	0,0544	0,0536	0,0521	0,0507
-1,62	0,0831	0,0682	0,0630	0,0604	0,0589	0,0578	0,0565	0,0558	0,0542	0,0528
-1,6	0,0852	0,0703	0,0652	0,0626	0,0611	0,0600	0,0587	0,0579	0,0564	0,0550
-1,58	0,0875	0,0726	0,0675	0,0649	0,0633	0,0623	0,0610	0,0602	0,0586	0,0572
-1,56	0,0898	0,0749	0,0698	0,0672	0,0657	0,0646	0,0633	0,0625	0,0610	0,0595
-1,54	0,0921	0,0773	0,0722	0,0696	0,0681	0,0670	0,0657	0,0649	0,0634	0,0619
-1,52	0,0945	0,0797	0,0747	0,0721	0,0705	0,0695	0,0682	0,0674	0,0658	0,0644
-1,5	0,0970	0,0823	0,0772	0,0746	0,0731	0,0720	0,0707	0,0700	0,0684	0,0670
-1,4	0,1102	0,0959	0,0909	0,0884	0,0869	0,0859	0,0846	0,0838	0,0823	0,0809
-1,3	0,1252	0,1114	0,1066	0,1042	0,1027	0,1018	0,1005	0,0998	0,0983	0,0970
-1,2	0,1419	0,1289	0,1244	0,1221	0,1207	0,1198	0,1186	0,1179	0,1165	0,1151
-1,1	0,1607	0,1486	0,1443	0,1422	0,1409	0,1400	0,1390	0,1383	0,1370	0,1357
-1	0,1816	0,1704	0,1666	0,1646	0,1634	0,1627	0,1617	0,1611	0,1599	0,1587
-0,9	0,2047	0,1946	0,1912	0,1894	0,1884	0,1876	0,1868	0,1862	0,1851	0,1840
-0,8	0,2300	0,2212	0,2181	0,2166	0,2156	0,2150	0,2142	0,2137	0,2128	0,2119
-0,7	0,2576	0,2499	0,2473	0,2460	0,2452	0,2447	0,2440	0,2436	0,2428	0,2420
-0,6	0,2873	0,2809	0,2787	0,2776	0,2770	0,2765	0,2759	0,2756	0,2749	0,2742
-0,5	0,3191	0,3139	0,3122	0,3113	0,3107	0,3104	0,3099	0,3096	0,3091	0,3086
-0,4	0,3528	0,3488	0,3474	0,3467	0,3463	0,3460	0,3456	0,3454	0,3450	0,3446
-0,3	0,3881	0,3852	0,3841	0,3836	0,3833	0,3831	0,3829	0,3827	0,3824	0,3822
-0,2	0,4247	0,4227	0,4221	0,4218	0,4215	0,4214	0,4212	0,4211	0,4209	0,4208
-0,1	0,4621	0,4612	0,4608	0,4607	0,4606	0,4605	0,4604	0,4604	0,4603	0,4603
0	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000

Érdekes területen kétszázad pontossággal, egyébként egy tized pontossággal)

	szabadságfok									
	5	10	15	20	25	30	40	50	100	1000
0	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000
0,1	0,5379	0,5388	0,5392	0,5393	0,5394	0,5395	0,5396	0,5396	0,5397	0,5398
0,2	0,5753	0,5773	0,5779	0,5782	0,5785	0,5786	0,5788	0,5789	0,5791	0,5792
0,3	0,6119	0,6148	0,6159	0,6164	0,6167	0,6169	0,6171	0,6173	0,6176	0,6179
0,4	0,6472	0,6512	0,6526	0,6533	0,6537	0,6540	0,6544	0,6546	0,6550	0,6554
0,5	0,6809	0,6861	0,6878	0,6887	0,6893	0,6896	0,6901	0,6904	0,6909	0,6914
0,6	0,7127	0,7191	0,7213	0,7224	0,7230	0,7235	0,7241	0,7244	0,7251	0,7257
0,7	0,7424	0,7501	0,7527	0,7540	0,7548	0,7553	0,7560	0,7564	0,7572	0,7580
0,8	0,7700	0,7788	0,7819	0,7834	0,7844	0,7850	0,7858	0,7863	0,7872	0,7880
0,9	0,7953	0,8054	0,8088	0,8106	0,8116	0,8124	0,8132	0,8138	0,8149	0,8158
1	0,8184	0,8296	0,8334	0,8354	0,8366	0,8373	0,8383	0,8389	0,8401	0,8412
1,1	0,8393	0,8514	0,8557	0,8578	0,8591	0,8600	0,8610	0,8617	0,8630	0,8642
1,2	0,8581	0,8711	0,8756	0,8779	0,8793	0,8802	0,8814	0,8821	0,8835	0,8848
1,3	0,8748	0,8886	0,8934	0,8958	0,8973	0,8982	0,8995	0,9002	0,9017	0,9030
1,4	0,8898	0,9041	0,9091	0,9116	0,9131	0,9141	0,9154	0,9162	0,9177	0,9191
1,5	0,9030	0,9177	0,9228	0,9254	0,9269	0,9280	0,9293	0,9300	0,9316	0,9330
1,52	0,9055	0,9203	0,9253	0,9279	0,9295	0,9305	0,9318	0,9326	0,9342	0,9356
1,54	0,9079	0,9227	0,9278	0,9304	0,9319	0,9330	0,9343	0,9351	0,9366	0,9381
1,56	0,9102	0,9251	0,9302	0,9328	0,9343	0,9354	0,9367	0,9375	0,9390	0,9405
1,58	0,9125	0,9274	0,9325	0,9351	0,9367	0,9377	0,9390	0,9398	0,9414	0,9428
1,6	0,9148	0,9297	0,9348	0,9374	0,9389	0,9400	0,9413	0,9421	0,9436	0,9450
1,62	0,9169	0,9318	0,9370	0,9396	0,9411	0,9422	0,9435	0,9442	0,9458	0,9472
1,64	0,9190	0,9340	0,9391	0,9417	0,9432	0,9443	0,9456	0,9464	0,9479	0,9493
1,66	0,9211	0,9360	0,9412	0,9437	0,9453	0,9463	0,9476	0,9484	0,9500	0,9514
1,68	0,9231	0,9381	0,9432	0,9457	0,9473	0,9483	0,9496	0,9504	0,9520	0,9534
1,7	0,9251	0,9400	0,9451	0,9477	0,9492	0,9503	0,9516	0,9523	0,9539	0,9553
1,72	0,9270	0,9419	0,9470	0,9496	0,9511	0,9521	0,9534	0,9542	0,9557	0,9571
1,74	0,9288	0,9438	0,9488	0,9514	0,9529	0,9539	0,9552	0,9560	0,9575	0,9589
1,76	0,9306	0,9455	0,9505	0,9531	0,9546	0,9556	0,9569	0,9577	0,9591	0,9605
1,78	0,9324	0,9473	0,9523	0,9549	0,9564	0,9574	0,9587	0,9595	0,9609	0,9623
1,8	0,9342	0,9491	0,9541	0,9567	0,9582	0,9592	0,9605	0,9613	0,9627	0,9641
1,82	0,9359	0,9508	0,9558	0,9584	0,9599	0,9609	0,9622	0,9630	0,9644	0,9658
1,84	0,9376	0,9525	0,9575	0,9601	0,9616	0,9626	0,9639	0,9647	0,9661	0,9675
1,86	0,9392	0,9541	0,9591	0,9617	0,9632	0,9642	0,9655	0,9663	0,9677	0,9691
1,88	0,9408	0,9557	0,9607	0,9633	0,9648	0,9658	0,9671	0,9679	0,9693	0,9707
1,9	0,9424	0,9573	0,9623	0,9649	0,9664	0,9674	0,9687	0,9695	0,9709	0,9723
1,92	0,9439	0,9588	0,9638	0,9664	0,9679	0,9689	0,9702	0,9710	0,9724	0,9738
1,94	0,9454	0,9603	0,9653	0,9679	0,9694	0,9704	0,9717	0,9725	0,9739	0,9753
1,96	0,9469	0,9618	0,9668	0,9694	0,9709	0,9719	0,9732	0,9740	0,9754	0,9768
1,98	0,9484	0,9633	0,9683	0,9709	0,9724	0,9734	0,9747	0,9755	0,9769	0,9783
2	0,9499	0,9648	0,9698	0,9724	0,9739	0,9749	0,9762	0,9770	0,9784	0,9798



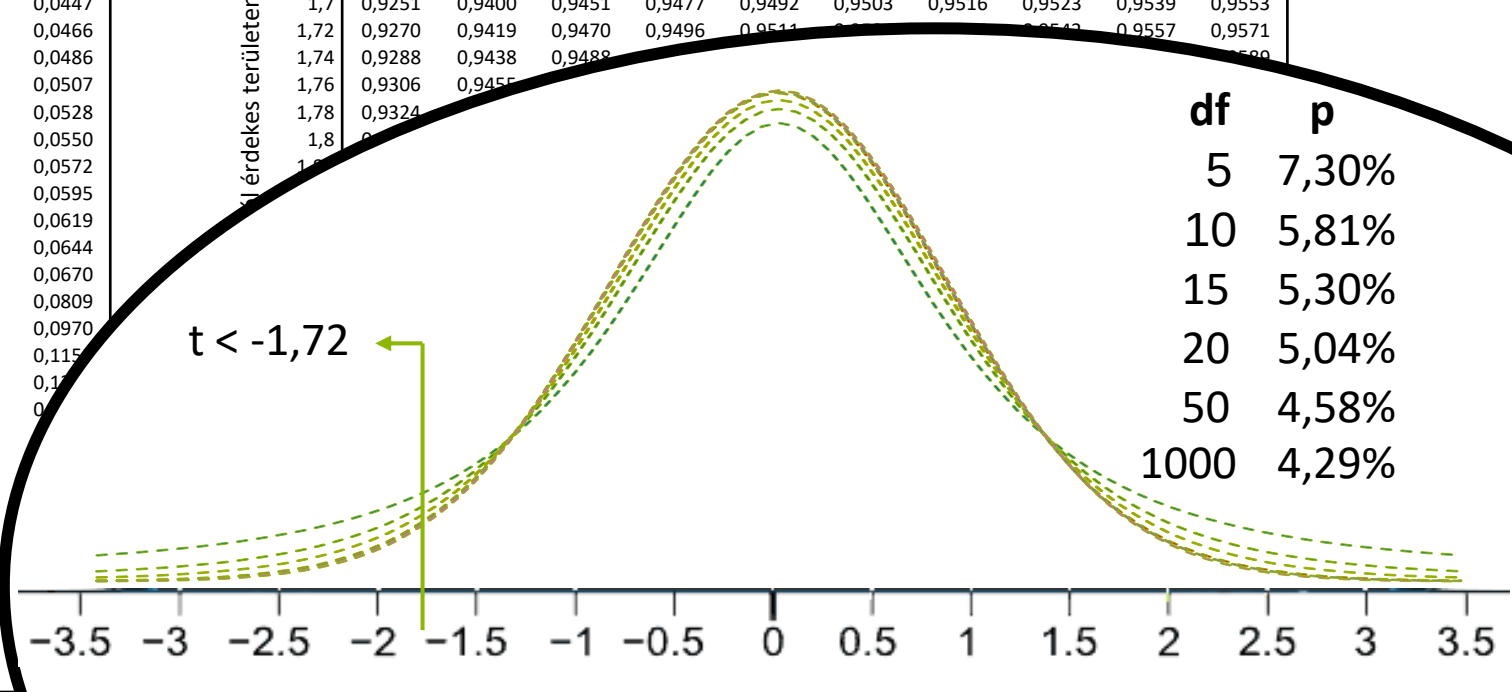
t-eloszlás tábla

t-értékek (a szignifikancia szempontjából érdekes területen kétszázad pontossággal, egyébként egy tized pontossággal)

	szabadságfok									
	5	10	15	20	25	30	40	50	100	1000
-3	0,0150	0,0067	0,0045	0,0035	0,0030	0,0027	0,0023	0,0021	0,0017	0,0014
-2,9	0,0169	0,0079	0,0055	0,0044	0,0038	0,0035	0,0030	0,0028	0,0023	0,0019
-2,8	0,0190	0,0094	0,0067	0,0055	0,0049	0,0044	0,0039	0,0036	0,0031	0,0026
-2,7	0,0214	0,0112	0,0082	0,0069	0,0061	0,0056	0,0051	0,0047	0,0041	0,0035
-2,6	0,0241	0,0132	0,0100	0,0086	0,0077	0,0072	0,0065	0,0061	0,0054	0,0047
-2,5	0,0272	0,0157	0,0123	0,0106	0,0097	0,0091	0,0083	0,0079	0,0070	0,0063
-2,4	0,0308	0,0187	0,0149	0,0131	0,0121	0,0114	0,0106	0,0101	0,0091	0,0083
-2,3	0,0349	0,0221	0,0181	0,0162	0,0150	0,0143	0,0134	0,0128	0,0118	0,0108
-2,2	0,0395	0,0262	0,0219	0,0199	0,0186	0,0178	0,0168	0,0162	0,0151	0,0140
-2,1	0,0449	0,0310	0,0265	0,0243	0,0230	0,0221	0,0210	0,0204	0,0191	0,0180
-2	0,0510	0,0367	0,0320	0,0296	0,0282	0,0273	0,0262	0,0255	0,0241	0,0229
-1,98	0,0523	0,0379	0,0332	0,0308	0,0294	0,0285	0,0273	0,0266	0,0252	0,0240
-1,96	0,0536	0,0392	0,0344	0,0320	0,0306	0,0297	0,0285	0,0278	0,0264	0,0251
-1,94	0,0550	0,0405	0,0357	0,0333	0,0319	0,0309	0,0297	0,0290	0,0276	0,0263
-1,92	0,0565	0,0419	0,0370	0,0346	0,0332	0,0322	0,0310	0,0303	0,0289	0,0276
-1,9	0,0579	0,0433	0,0384	0,0360	0,0345	0,0335	0,0323	0,0316	0,0302	0,0289
-1,88	0,0594	0,0448	0,0398	0,0374	0,0359	0,0349	0,0337	0,0330	0,0315	0,0302
-1,86	0,0610	0,0463	0,0413	0,0388	0,0373	0,0364	0,0351	0,0344	0,0329	0,0316
-1,84	0,0626	0,0478	0,0428	0,0403	0,0388	0,0378	0,0366	0,0359	0,0344	0,0330
-1,82	0,0642	0,0494	0,0444	0,0419	0,0404	0,0394	0,0381	0,0374	0,0359	0,0345
-1,8	0,0659	0,0510	0,0460	0,0435	0,0420	0,0410	0,0397	0,0389	0,0374	0,0361
-1,78	0,0676	0,0527	0,0477	0,0451	0,0436	0,0426	0,0413	0,0406	0,0391	0,0377
-1,76	0,0694	0,0545	0,0494	0,0468	0,0453	0,0443	0,0430	0,0423	0,0407	0,0394
-1,74	0,0712	0,0562	0,0512	0,0486	0,0471	0,0461	0,0448	0,0440	0,0425	0,0411
-1,72	0,0730	0,0581	0,0530	0,0504	0,0489	0,0479	0,0466	0,0458	0,0443	0,0429
-1,7	0,0749	0,0600	0,0549	0,0523	0,0508	0,0497	0,0484	0,0477	0,0461	0,0447
-1,68	0,0769	0,0619	0,0568	0,0543	0,0527	0,0517	0,0504	0,0496	0,0480	0,0466
-1,66	0,0789	0,0640	0,0588	0,0563	0,0547	0,0537	0,0524	0,0516	0,0500	0,0486
-1,64	0,0810	0,0660	0,0609	0,0583	0,0568	0,0557	0,0544	0,0536	0,0521	0,0507
-1,62	0,0831	0,0682	0,0630	0,0604	0,0589	0,0578	0,0565	0,0558	0,0542	0,0528
-1,6	0,0852	0,0703	0,0652	0,0626	0,0611	0,0600	0,0587	0,0579	0,0564	0,0550
-1,58	0,0875	0,0726	0,0675	0,0649	0,0633	0,0623	0,0610	0,0602	0,0586	0,0572
-1,56	0,0898	0,0749	0,0698	0,0672	0,0657	0,0646	0,0633	0,0625	0,0610	0,0595
-1,54	0,0921	0,0773	0,0722	0,0696	0,0681	0,0670	0,0657	0,0649	0,0634	0,0619
-1,52	0,0945	0,0797	0,0747	0,0721	0,0705	0,0695	0,0682	0,0674	0,0658	0,0644
-1,5	0,0970	0,0823	0,0772	0,0746	0,0731	0,0720	0,0707	0,0700	0,0684	0,0670
-1,4	0,1102	0,0959	0,0909	0,0884	0,0869	0,0859	0,0846	0,0838	0,0823	0,0809
-1,3	0,1252	0,1114	0,1066	0,1042	0,1027	0,1018	0,1005	0,0998	0,0983	0,0970
-1,2	0,1419	0,1289	0,1244	0,1221	0,1207	0,1198	0,1186	0,1179	0,1165	0,1151
-1,1	0,1607	0,1486	0,1443	0,1422	0,1409	0,1400	0,1390	0,1383	0,1370	0,1357
-1	0,1816	0,1704	0,1666	0,1646	0,1634	0,1627	0,1617	0,1611	0,1599	0,1587
-0,9	0,2047	0,1946	0,1912	0,1894	0,1884	0,1876	0,1868	0,1862	0,1851	0,1840
-0,8	0,2300	0,2212	0,2181	0,2166	0,2156	0,2150	0,2142	0,2137	0,2128	0,2119
-0,7	0,2576	0,2499	0,2473	0,2460	0,2452	0,2447	0,2440	0,2436	0,2428	0,2420
-0,6	0,2873	0,2809	0,2787	0,2776	0,2770	0,2765	0,2759	0,2756	0,2749	0,2742
-0,5	0,3191	0,3139	0,3122	0,3113	0,3107	0,3104	0,3099	0,3096	0,3091	0,3086
-0,4	0,3528	0,3488	0,3474	0,3467	0,3463	0,3460	0,3456	0,3454	0,3450	0,3446
-0,3	0,3881	0,3852	0,3841	0,3836	0,3833	0,3831	0,3829	0,3827	0,3824	0,3821
-0,2	0,4247	0,4227	0,4221	0,4218	0,4215	0,4214	0,4212	0,4211	0,4209	0,4207
-0,1	0,4621	0,4612	0,4608	0,4607	0,4606	0,4605	0,4604	0,4604	0,4603	0,4602
0	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000

t-értékek területen kétszázad pontossággal, egyébként egy tized pontossággal)

	szabadságfok									
	5	10	15	20	25	30	40	50	100	1000
0	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000
0,1	0,5379	0,5388	0,5392	0,5393	0,5394	0,5395	0,5396	0,5396	0,5397	0,5398
0,2	0,5753	0,5773	0,5779	0,5782	0,5785	0,5786	0,5788	0,5789	0,5791	0,5792
0,3	0,6119	0,6148	0,6159	0,6164	0,6167	0,6169	0,6171	0,6173	0,6176	0,6179
0,4	0,6472	0,6512	0,6526	0,6533	0,6537	0,6540	0,6544	0,6546	0,6550	0,6554
0,5	0,6809	0,6861	0,6878	0,6887	0,6893	0,6896	0,6901	0,6904	0,6909	0,6914
0,6	0,7127	0,7191	0,7213	0,7224	0,7230	0,7235	0,7241	0,7244	0,7251	0,7257
0,7	0,7424	0,7501	0,7527	0,7540	0,7548	0,7553	0,7560	0,7564	0,7572	0,7580
0,8	0,7700	0,7788	0,7819	0,7834	0,7844	0,7850	0,7858	0,7863	0,7872	0,7880
0,9	0,7953	0,8054	0,8088	0,8106	0,8116	0,8124	0,8132	0,8138	0,8149	0,8158
1	0,8184	0,8296	0,8334	0,8354	0,8366	0,8373	0,8383	0,8389	0,8401	0,8412
1,1	0,8393	0,8514	0,8557	0,8578	0,8591	0,8600	0,8610	0,8617	0,8630	0,8642
1,2	0,8581	0,8711	0,8756	0,8779	0,8793	0,8802	0,8814	0,8821	0,8835	0,8848
1,3	0,8748	0,8886	0,8934	0,8958	0,8973	0,8982	0,8995	0,9002	0,9017	0,9030
1,4	0,8898	0,9041	0,9091	0,9116	0,9131	0,9141	0,9154	0,9162	0,9177	0,9191
1,5	0,9030	0,9177	0,9228	0,9254	0,9269	0,9280	0,9293	0,9300	0,9316	0,9330
1,52	0,9055	0,9203	0,9253	0,9279	0,9295	0,9305	0,9318	0,9326	0,9342	0,9356
1,54	0,9079	0,9227	0,9278	0,9304	0,9319	0,9330	0,9343	0,9351	0,9366	0,9381
1,56	0,9102	0,9251	0,9302	0,9328	0,9343	0,9354	0,9367	0,9375	0,9390	0,9405
1,58	0,9125	0,9274	0,9325	0,9351	0,9367	0,9377	0,9390	0,9398	0,9414	0,9428
1,6	0,9148	0,9297	0,9348	0,9374	0,9389	0,9400	0,9413	0,9421	0,9436	0,9450
1,62	0,9169	0,9318	0,9370	0,9396	0,9411	0,9422	0,9435	0,9442	0,9458	0,9472
1,64	0,9190	0,9340	0,9391	0,9417	0,9432	0,9443	0,9456	0,9464	0,9479	0,9493
1,66	0,9211	0,9360	0,9412	0,9437	0,9453	0,9463	0,9476	0,9484	0,9500	0,9514
1,68	0,9231	0,9381	0,9432	0,9457	0,9473	0,9483	0,9496	0,9504	0,9520	0,9534
1,7	0,9251	0,9400	0,9451	0,9477	0,9492	0,9503	0,9516	0,9523	0,9539	0,9553
1,72	0,9270	0,9419	0,9470	0,9496	0,9511	0,9521	0,9534	0,9541	0,9557	0,9571
1,74	0,9288	0,9438	0,9488	0,9514	0,9529	0,9539	0,9552	0,9559	0,9575	0,9589
1,76	0,9306	0,9455	0,9505	0,9531	0,9546	0,9556	0,9569	0,9576	0,9591	0,9605
1,78	0,9324	0,9473	0,9523	0,9549	0,9564	0,9574	0,9587	0,9594	0,9609	0,9623
1,8	0,9342	0,9491	0,9541	0,9567	0,9582	0,9592	0,9605	0,9612	0,9627	0,9641



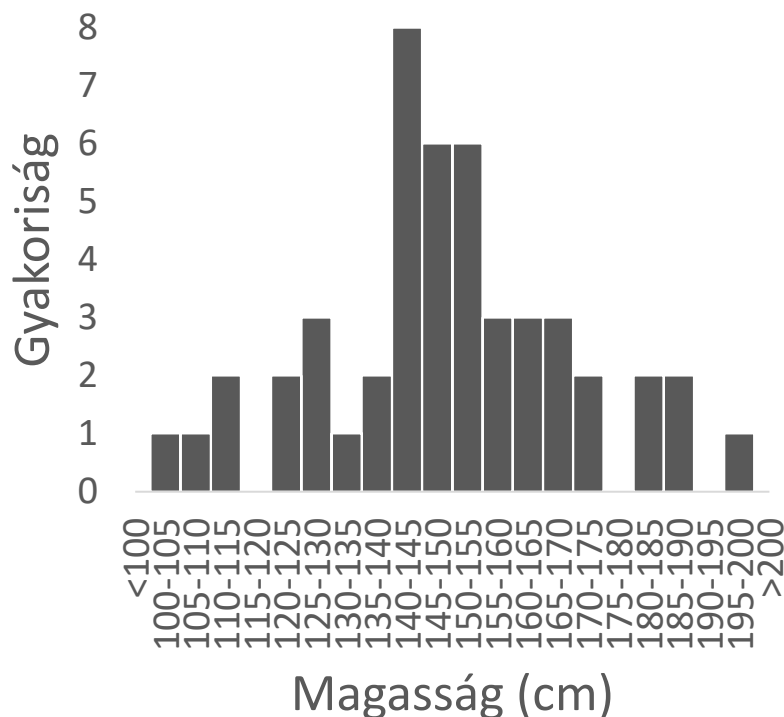
t-eloszlás tábla

t-értékek (a szignifikancia szempontjából érdekes területen kétszázad pontossággal, egyébként egy tized pontossággal)

szabadságfok										
	5	10	15	20	25	30	40	50	100	1000
-3	0,0150	0,0067	0,0045	0,0035	0,0030	0,0027	0,0023	0,0021	0,0017	0,0014
-2,9	0,0169	0,0079	0,0055	0,0044	0,0038	0,0035	0,0030	0,0028	0,0023	0,0019
-2,8	0,0190	0,0094	0,0067	0,0055	0,0049	0,0044	0,0039	0,0036	0,0031	0,0026
-2,7	0,0214	0,0112	0,0082	0,0069	0,0061	0,0056	0,0051	0,0047	0,0041	0,0035
-2,6	0,0241	0,0132	0,0100	0,0086	0,0077	0,0072	0,0065	0,0061	0,0054	0,0047
-2,5	0,0272	0,0157	0,0123	0,0106	0,0097	0,0091	0,0083	0,0079	0,0070	0,0063
-2,4	0,0308	0,0187	0,0149	0,0131	0,0121	0,0114	0,0106	0,0101	0,0091	0,0083
-2,3	0,0349	0,0221	0,0181	0,0162	0,0150	0,0143	0,0134	0,0128	0,0118	0,0108
-2,2	0,0395	0,0262	0,0219	0,0199	0,0186	0,0178	0,0168	0,0162	0,0151	0,0140
-2,1	0,0449	0,0310	0,0265	0,0243	0,0230	0,0221	0,0210	0,0204	0,0191	0,0180
-2	0,0510	0,0367	0,0320	0,0296	0,0282	0,0273	0,0262	0,0255	0,0241	0,0229
-1,98	0,0523	0,0379	0,0332	0,0308	0,0294	0,0285	0,0273	0,0266	0,0252	0,0240
-1,96	0,0536	0,0392	0,0344	0,0320	0,0306	0,0297	0,0285	0,0278	0,0264	0,0251
-1,94	0,0550	0,0405	0,0357	0,0333	0,0319	0,0309	0,0297	0,0290	0,0276	0,0263
-1,92	0,0565	0,0419	0,0370	0,0346	0,0332	0,0322	0,0310	0,0303	0,0289	0,0276
-1,9	0,0579	0,0433	0,0384	0,0360	0,0345	0,0335	0,0323	0,0316	0,0302	0,0289
-1,88	0,0594	0,0448	0,0398	0,0374	0,0359	0,0349	0,0337	0,0330	0,0315	0,0302
-1,86	0,0610	0,0463	0,0413	0,0388	0,0373	0,0364	0,0351	0,0344	0,0329	0,0316
-1,84	0,0626	0,0478	0,0428	0,0403	0,0388	0,0378	0,0366	0,0359	0,0344	0,0330
-1,82	0,0642	0,0494	0,0444	0,0419	0,0404	0,0394	0,0381	0,0374	0,0359	0,0345
-1,8	0,0659	0,0510	0,0460	0,0435	0,0420	0,0410	0,0397	0,0389	0,0374	0,0361
-1,78	0,0676	0,0527	0,0477	0,0451	0,0436	0,0426	0,0413	0,0406	0,0391	0,0377
-1,76	0,0694	0,0545	0,0494	0,0468	0,0453	0,0443	0,0430	0,0423	0,0407	0,0394
-1,74	0,0712	0,0562	0,0512	0,0486	0,0471	0,0461	0,0448	0,0440	0,0425	0,0411
-1,72	0,0730	0,0581	0,0530	0,0504	0,0489	0,0479	0,0466	0,0458	0,0443	0,0429
-1,7	0,0749	0,0600	0,0549	0,0523	0,0508	0,0497	0,0484	0,0477	0,0461	0,0447
-1,68	0,0769	0,0619	0,0568	0,0543	0,0527	0,0517	0,0504	0,0496	0,0480	0,0466
-1,66	0,0789	0,0640	0,0588	0,0563	0,0547	0,0537	0,0524	0,0516	0,0500	0,0486
-1,64	0,0810	0,0660	0,0609	0,0583	0,0568	0,0557	0,0544	0,0536	0,0521	0,0507
-1,62	0,0831	0,0682	0,0630	0,0604	0,0589	0,0578	0,0565	0,0558	0,0542	0,0528
-1,6	0,0852	0,0703	0,0652	0,0626	0,0611	0,0600	0,0587	0,0579	0,0564	0,0550
-1,58	0,0875	0,0726	0,0675	0,0649	0,0633	0,0623	0,0610	0,0602	0,0586	0,0572
-1,56	0,0898	0,0749	0,0698	0,0672	0,0657	0,0646	0,0633	0,0625	0,0610	0,0595
-1,54	0,0921	0,0773	0,0722	0,0696	0,0681	0,0670	0,0657	0,0649	0,0634	0,0619
-1,52	0,0945	0,0797	0,0747	0,0721	0,0705	0,0695	0,0682	0,0674	0,0658	0,0644
-1,5	0,0970	0,0823	0,0772	0,0746	0,0731	0,0720	0,0707	0,0700	0,0684	0,0670
-1,4	0,1102	0,0959	0,0909	0,0884	0,0869	0,0859	0,0846	0,0838	0,0823	0,0809
-1,3	0,1252	0,1114	0,1066	0,1042	0,1027	0,1018	0,1005	0,0998	0,0983	0,0970
-1,2	0,1419	0,1289	0,1244	0,1221	0,1207	0,1198	0,1186	0,1179	0,1165	0,1152
-1,1	0,1607	0,1486	0,1443	0,1422	0,1409	0,1400	0,1390	0,1383	0,1370	0,1358
-1	0,1816	0,1704	0,1666	0,1646	0,1634	0,1627	0,1617	0,1611	0,1599	0,1588
-0,9	0,2047	0,1946	0,1912	0,1894	0,1884	0,1876	0,1868	0,1862	0,1851	0,1842
-0,8	0,2300	0,2212	0,2181	0,2166	0,2156	0,2150	0,2142	0,2137	0,2128	0,2120
-0,7	0,2576	0,2499	0,2473	0,2460	0,2452	0,2447	0,2440	0,2436	0,2428	0,2420
-0,6	0,2873	0,2809	0,2787	0,2776	0,2770	0,2765	0,2759	0,2756	0,2749	0,2743
-0,5	0,3191	0,3139	0,3122	0,3113	0,3107	0,3104	0,3099	0,3096	0,3091	0,3086
-0,4	0,3528	0,3488	0,3474	0,3467	0,3463	0,3460	0,3456	0,3454	0,3450	0,3446
-0,3	0,3881	0,3852	0,3841	0,3836	0,3833	0,3831	0,3829	0,3827	0,3824	0,3821
-0,2	0,4247	0,4227	0,4221	0,4218	0,4215	0,4214	0,4212	0,4211	0,4209	0,4208
-0,1	0,4621	0,4612	0,4608	0,4607	0,4606	0,4605	0,4604	0,4604	0,4603	0,4602
0	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000

t-értékek (a szignifikancia szempontjából érdekes területen kétszázad pontossággal, egyébként egy tized pontossággal)

szabadságfok										
	5	10	15	20	25	30	40	50	100	1000
0	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000
0,1	0,5379	0,5388	0,5392	0,5393	0,5394	0,5395	0,5396	0,5396	0,5397	0,5398
0,2	0,5753	0,5773	0,5779	0,5782	0,5785	0,5786	0,5788	0,5789	0,5791	0,5792
0,3	0,6119	0,6148	0,6159	0,6164	0,6167	0,6169	0,6171	0,6173	0,6176	0,6179
0,4	0,6472	0,6512	0,6526	0,6533	0,6537	0,6540	0,6544	0,6546	0,6550	0,6554
0,5	0,6809	0,6861	0,6878	0,6887	0,6893	0,6896	0,6901	0,6904	0,6909	0,6914
0,6	0,7127	0,7191	0,7213	0,7224	0,7230	0,7235	0,7241	0,7244	0,7251	0,7257
0,7	0,7424	0,7501	0,7527	0,7540	0,7548	0,7553	0,7560	0,7564	0,7572	0,7580
0,8	0,7700	0,7788	0,7819	0,7834	0,7844	0,7850	0,7858	0,7863	0,7872	0,7880
0,9	0,7953	0,8054	0,8088	0,8106	0,8116	0,8124	0,8132	0,8138	0,8149	0,8158
1	0,8184	0,8296	0,8334	0,8354	0,8366	0,8373	0,8383	0,8389	0,8401	0,8412
1,1	0,8393	0,8514	0,8557	0,8578	0,8591	0,8600	0,8610	0,8617	0,8630	0,8642
1,2	0,8581	0,8711	0,8756	0,8779	0,8793	0,8802	0,8814	0,8821	0,8835	0,8848
1,3	0,8748	0,8886	0,8934	0,8958	0,8973	0,8982	0,8995	0,9002	0,9017	0,9030
1,4	0,8898	0,9041	0,9091	0,9116	0,9131	0,9141	0,9154	0,9162	0,9177	0,9191
1,5	0,9030	0,9177	0,9228	0,9254	0,9269	0,9280	0,9293	0,9300	0,9316	0,9330
1,52	0,9055	0,9203	0,9253	0,9279	0,9295	0,9305	0,9318	0,9326	0,9342	0,9356
1,54	0,9079	0,9227	0,9278	0,9304	0,9319	0,9330	0,9343	0,9351	0,9366	0,9381
1,56	0,9102	0,9251	0,9302	0,9328	0,9343	0,9354	0,9367	0,9375	0,9390	0,9405
1,58	0,9125	0,9274	0,9325	0,9351	0,9367	0,9377	0,9390	0,9398	0,9414	0,9428
1,6	0,9148	0,9297	0,9348	0,9374	0,9389	0,9400	0,9413	0,9421	0,9436	0,9450
1,62	0,9169	0,9318	0,9370	0,9396	0,9411	0,9422	0,9435	0,9442	0,9458	0,9472
1,64	0,9190	0,9340	0,9391	0,9417	0,9432	0,9443	0,9456	0,9464	0,9479	0,9493
1,66	0,9211	0,9360	0,9412	0,9437	0,9453	0,9463	0,9476	0,9484	0,9500	0,9514
1,68	0,9231	0,9381	0,9432	0,9457	0,9473	0,9483	0,9496	0,9504	0,9520	0,9534
1,7	0,9251	0,9400	0,9451	0,9477	0,9492	0,9503	0,9516	0,9523	0,9539	0,9553
1,72	0,9270	0,9419	0,9470	0,9496	0,9511	0,9521	0,9534	0,9542	0,9557	0,9571
1,74	0,9288	0,9438	0,9488	0,9514	0,9529	0,9539	0,9552	0,9560	0,9575	0,9589
1,76	0,9306	0,9455	0,9506	0,9532	0,9547	0,9557	0,9570	0,9577	0,9593	0,9606
1,78	0,9324	0,9473	0,9523	0,9549	0,9564	0,9574	0,9587	0,9594	0,9609	0,9623
1,8	0,9341	0,9490	0,9540	0,9565	0,9580	0,9590	0,9603	0,9611	0,9626	0,9639
1,82	0,9358	0,9506	0,9556	0,9581	0,9596	0,9606	0,9619	0,9626	0,9641	0,9655
1,84	0,9374	0,9522	0,9572	0,9597	0,9612	0,9622	0,9634	0,9641	0,9656	0,9670
1,86	0,9390	0,9537	0,9587	0,9612	0,9627	0,9636	0,9649	0,9656	0,9671	0,9684
1,88	0,9406	0,9552	0,9602	0,9626	0,9641	0,9651	0,9663	0,9670	0,9685	0,9698
1,9	0,9421	0,9567	0,9616	0,9640	0,9655	0,9665	0,9677	0,9684	0,9698	0,9711
1,92	0,9435	0,9581	0,9630	0,9654	0,9668	0,9678	0,9690	0,9697	0,9711	0,9724
1,94	0,9450	0,9595	0,9643	0,9667	0,9681	0,9691	0,9703	0,9710	0,9724	0,9737
1,96	0,9464	0,9608	0,9656	0,9680	0,9694	0,9703	0,9715	0,9722	0,9736	0,9749
1,98	0,9477	0,9621	0,9668	0,9692	0,9706	0,9715	0,9727	0,9734	0,9748	0,9760
2	0,9490	0,9633	0,9680	0,9704	0,9718	0,9727	0,9738	0,9745	0,9759	0,9771
2,1	0,9551	0,9690	0,9735	0,9757	0,9770	0,9779	0,9790	0,9796	0,9809	0,9820
2,2	0,9605	0,9738	0,9781	0,9801	0,9814	0,9822	0,9832	0,9838	0,9849	0,9860
2,3	0,9651	0,9779	0,9819	0,9838	0,9850	0,9857	0,9866	0,9872	0,9882	0,9892
2,4	0,9692	0,9813	0,9851	0,9869	0,9879	0,9886	0,9894	0,9899	0,9909	0,9917
2,5	0,9728	0,9843	0,9877	0,9894	0,9903	0,9909	0,9917	0,9921	0,9930	0,9937
2,6	0,9759	0,9868	0,9900	0,9914	0,9923	0,9928	0,9935	0,9939	0,9946	0,9953
2,7	0,9786	0,9888	0,9918	0,9931	0,9939	0,9944	0,9949	0,9953	0,9959	0,9965
2,8	0,9810	0,9906	0,9933	0,9945	0,9951	0,9956	0,9961	0,9964	0,9969	0,9974
2,9	0,9831	0,9921	0,9945	0,9956	0,9962	0,9965	0,9970	0,9972	0,9977	0,9981
3	0,9850	0,9933	0,9955	0,9965	0,9970	0,9973	0,9977	0,9979	0,9983	0,9986



Van egy tinédzserekből álló mintánk.

A magasság átlaga=149,06; szórása=21,02 és elemszáma 48 fő.



Mennyi a valószínűsége, hogy egy tini 180cm-nél magasabb legyen?



Számoljuk ki a 180cm-hez tartozó t-értéket, és nézzük meg, milyen jobboldali valószínűség tartozik hozzá?

Alakítsuk át a 180cm-t t-értékké:

$$t_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s} = \frac{180 - 149,06}{21,02} = 1,47$$

Kikeresve, a $t=1,47$ feletti részhez **7,4112%** tartozik, $df = 47$ esetén.



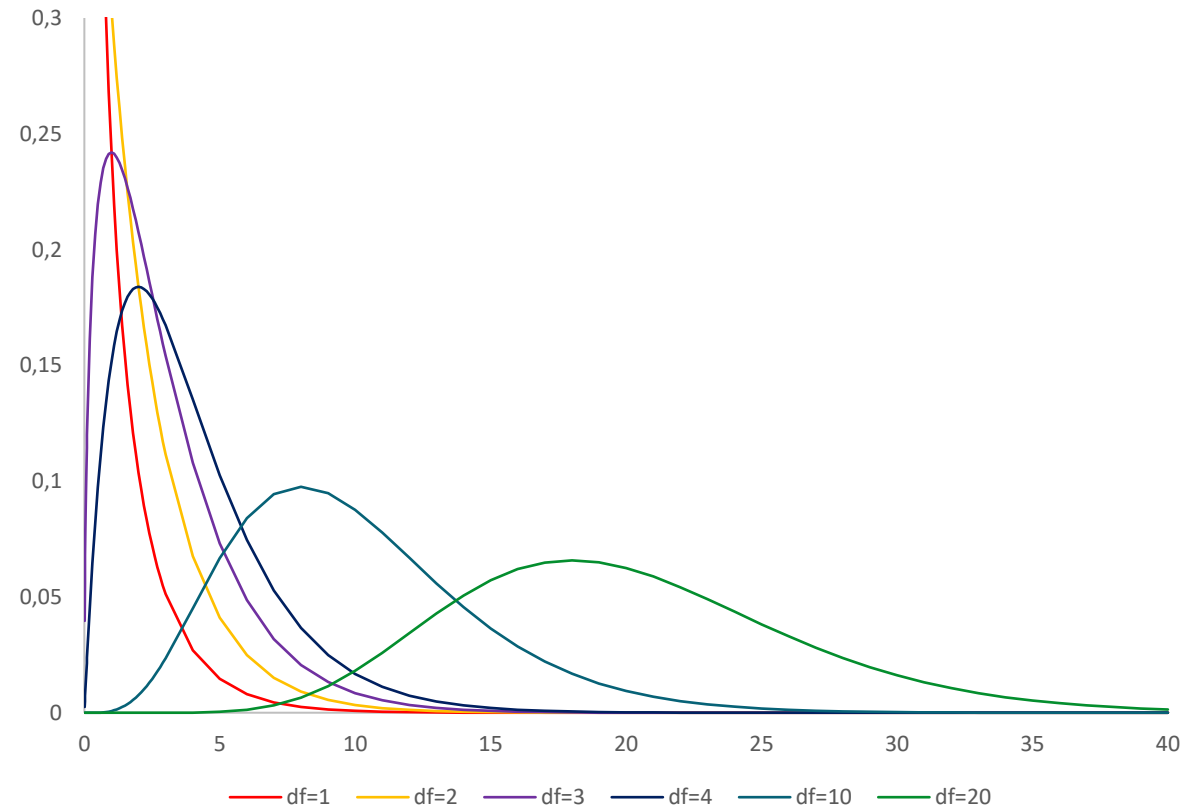
A minta alapján annak a valószínűsége, hogy egy tini 180cm-nél magasabb lesz, 7,4112%, **feltételezve, hogy a mintánk jól reprezentálja a populációt, és a magasság a populációban normál eloszlást követ.**

χ^2 -eloszlás

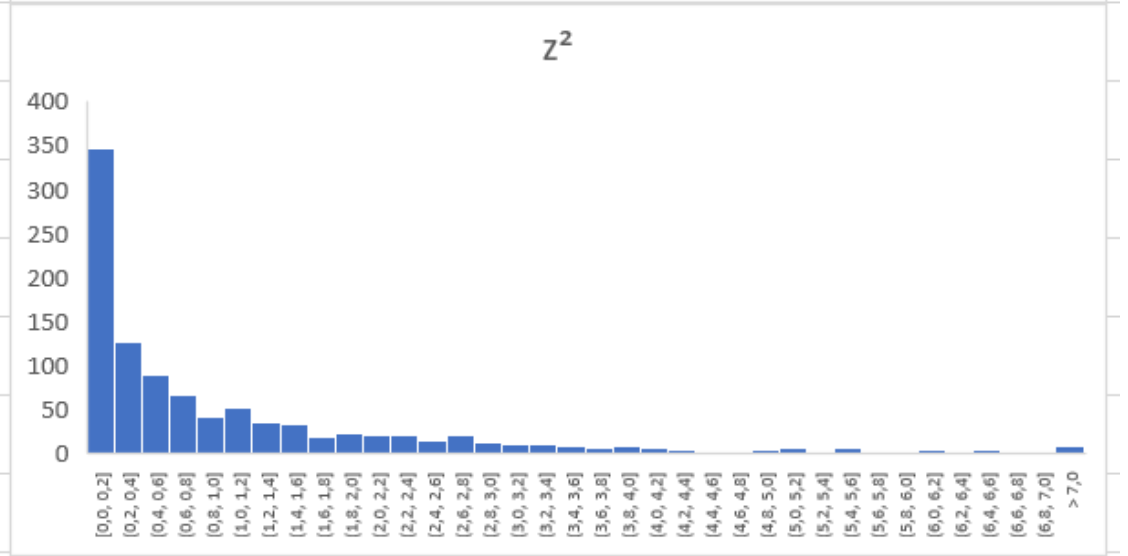
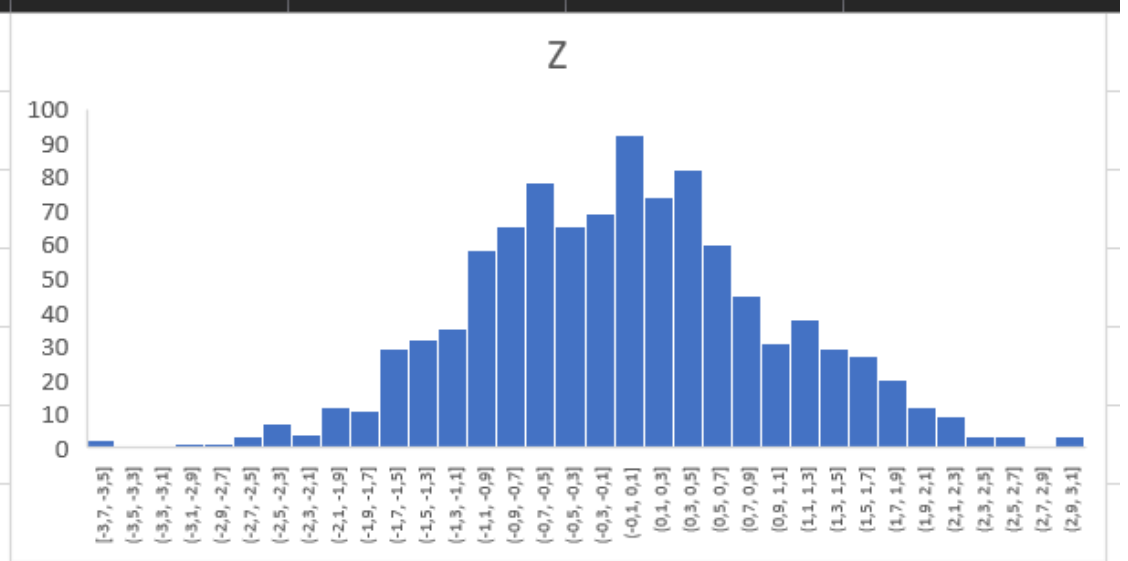
Ejtsd khi-négyszet eloszlás, vagy Chi-squared distribution

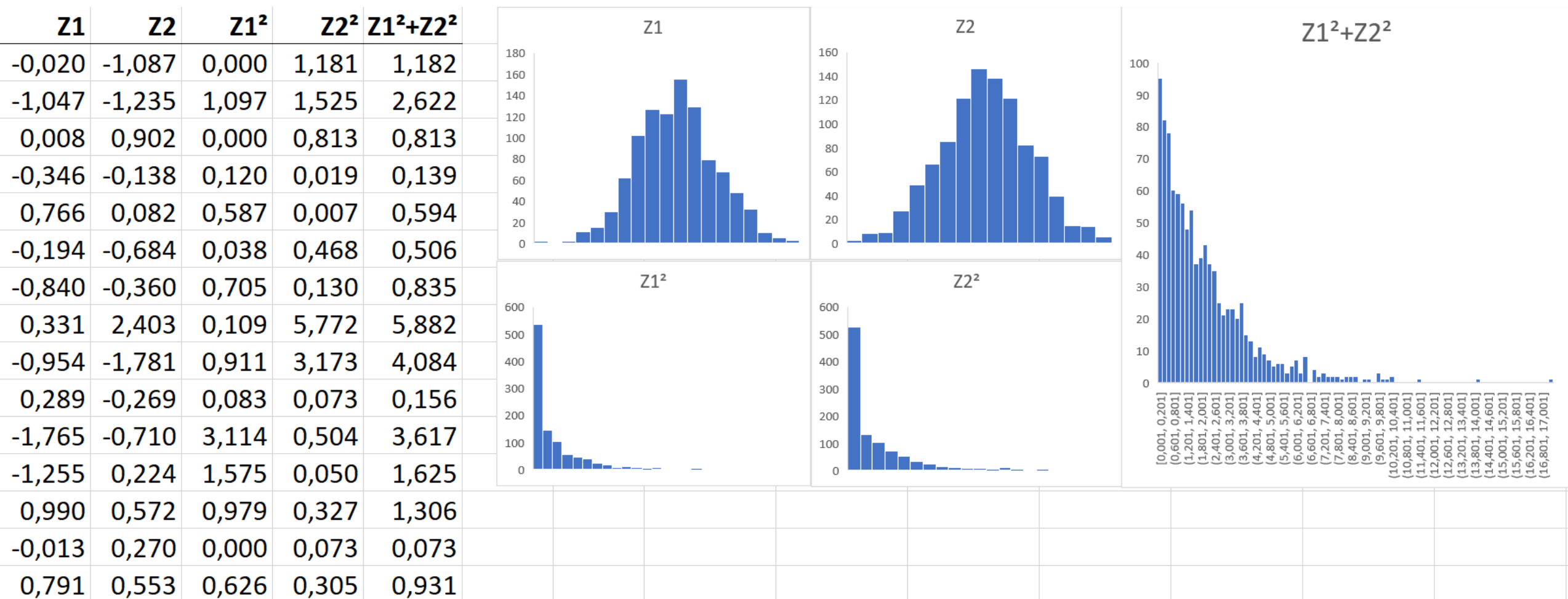
A khi-négyzet eloszlás

- Egy folytonos eloszlás, mely négyzetre emelt normáloszlású változók összegének leírására alkalmas.
- Szabadságfoka az összeadott négyzetes normáloszlások számával egyenlő.

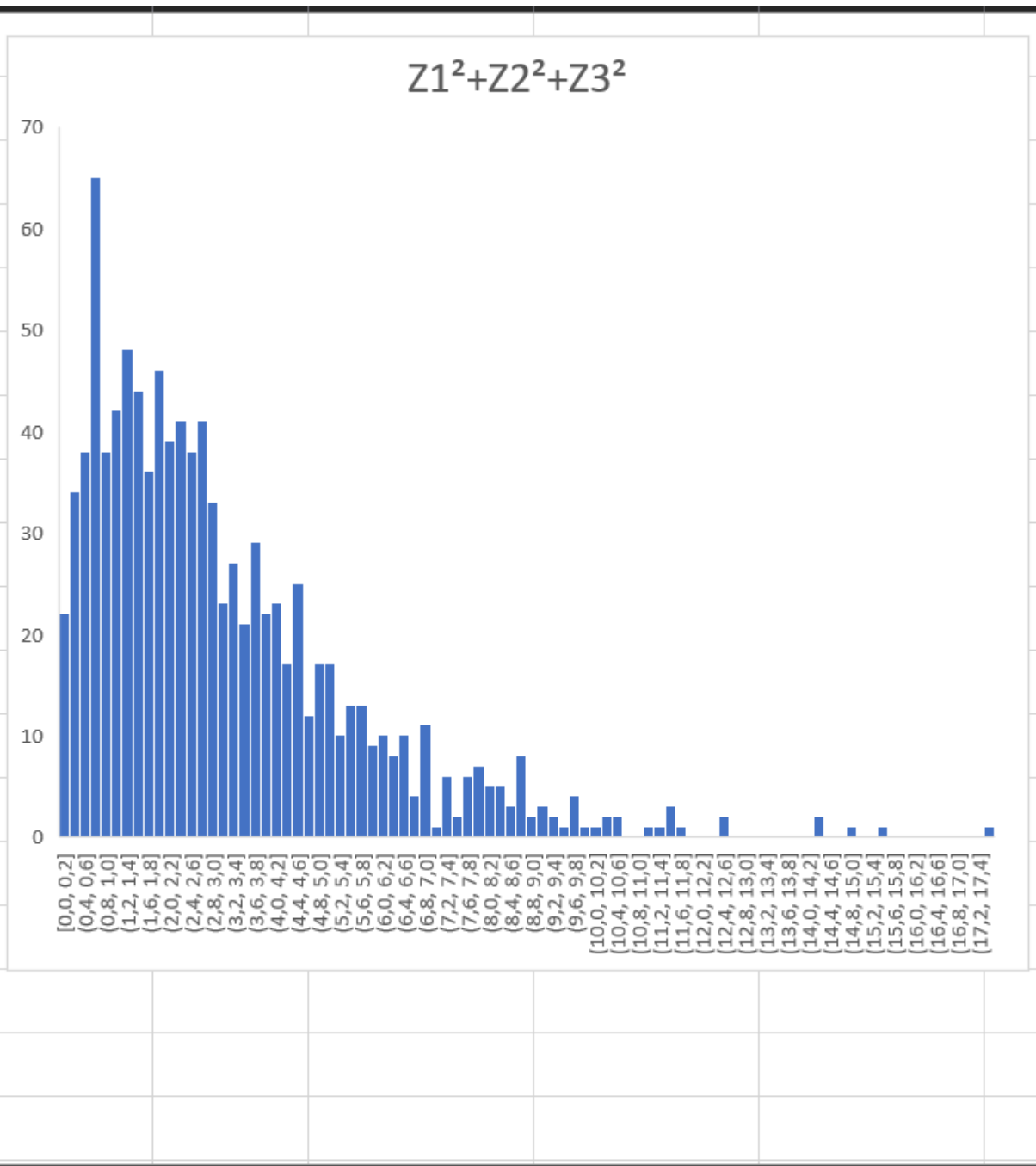


Z	Z ²		
-0,020	0,000		
-1,047	1,097		
0,008	0,000		
-0,346	0,120		
0,766	0,587		
-0,194	0,038		
-0,840	0,705		
0,331	0,109		
-0,954	0,911		
0,289	0,083		
-1,765	3,114		
-1,255	1,575		
0,990	0,979		
-0,013	0,000		
0,791	0,626		
0,676	0,457		
1,133	1,284		



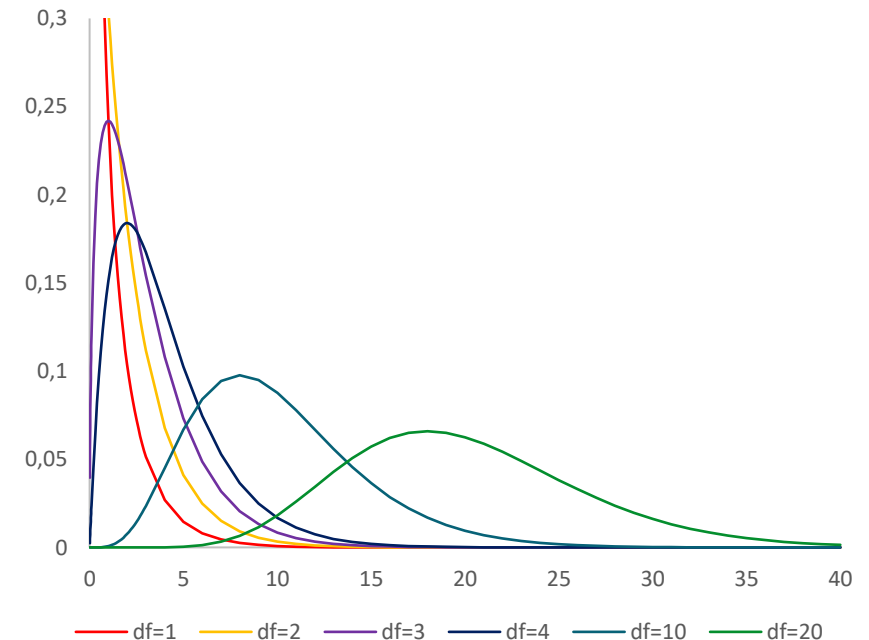
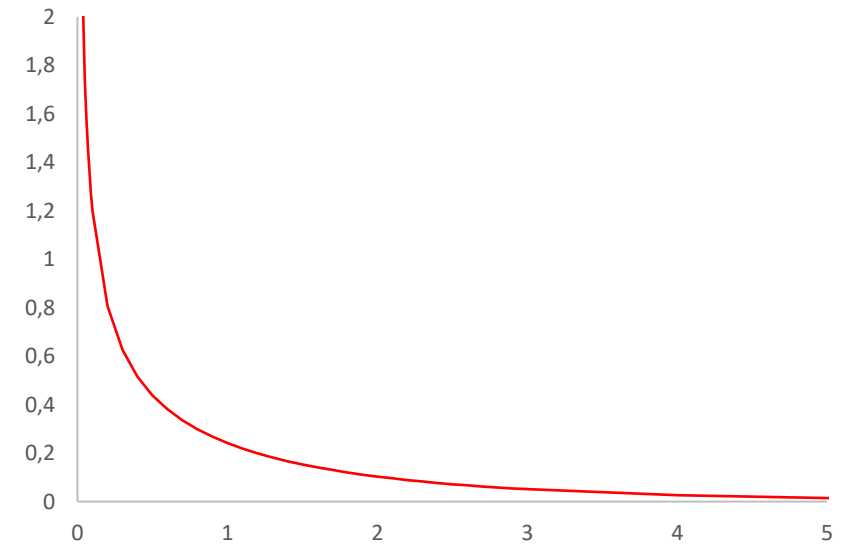


Z1	Z2	Z3	Z1 ²	Z2 ²	Z3 ²	Z1 ² +Z2 ² +Z3 ²
-0,020	-1,087	-0,370	0,000	1,181	0,137	1,319
-1,047	-1,235	-0,629	1,097	1,525	0,395	3,017
0,008	0,902	-0,680	0,000	0,813	0,463	1,276
-0,346	-0,138	0,644	0,120	0,019	0,415	0,554
0,766	0,082	0,225	0,587	0,007	0,051	0,644
-0,194	-0,684	1,272	0,038	0,468	1,618	2,124
-0,840	-0,360	-0,854	0,705	0,130	0,729	1,563
0,331	2,403	-2,559	0,109	5,772	6,547	12,428
-0,954	-1,781	-0,125	0,911	3,173	0,016	4,099
0,289	-0,269	0,671	0,083	0,073	0,450	0,606
-1,765	-0,710	-1,462	3,114	0,504	2,137	5,754
-1,255	0,224	1,467	1,575	0,050	2,151	3,776
0,990	0,572	-0,824	0,979	0,327	0,679	1,985
-0,013	0,270	-1,837	0,000	0,073	3,374	3,447
0,791	0,553	-0,668	0,626	0,305	0,446	1,378
0,676	1,774	0,209	0,457	3,146	0,044	3,647
1,133	1,532	0,626	1,284	2,346	0,392	4,023



- A **khi-négyzet eloszlás**

- Egy folytonos eloszlás, mely négyzetre emelt normáloszlású változók összegének leírására alkalmas.
- Szabadságfoka az összeadott négyzetes normáloszlások számával egyenlő.
- Ha egy random Z változó normál eloszlás követ, akkor Z^2 khi-négyzet eloszlást fog követni, és szabadságfoka 1 lesz, mivel egyetlen négyzetre emelt normáloszlásról van szó.
 - $Q(df=1) = Z^2$
- Ha több egymástól független $Z_1, Z_2, Z_3 \dots Z_k$ normál eloszlású változót négyzetre emelek, és összeadok, akkor az összegük k szabadságfokú khi-négyzet eloszlást fog követni.
 - $Q(df=2) = Z_1^2 + Z_2^2$
 - $Q(df=3) = Z_1^2 + Z_2^2 + Z_3^2$
 - $Q(df=k) = Z_1^2 + Z_2^2 + Z_3^2 + \dots + Z_k^2$
 - Két szabadságfokot követően a görbe ferde haranggörbe alakot vesz fel.
 - A szabadságfok növelésével a görbe ellaposodik, ferdesége csökken, alakja megközelíti a normál eloszlást.



Hol használjuk?

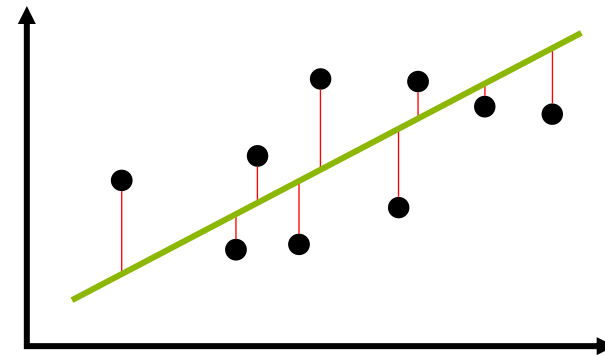
Pearson-féle χ^2 -próba

- Nominális változók mért és elméleti gyakoriságainak összehasonlítása

	Édes	Sós
Férfi	18	42
Nő	53	25

Eltérések négyzetösszege

- Mért értékek eltérése a modell predikciójától, ezek valószínűsége normáleloszlást követ.
- Majd az eltéréseket négyzetre emeljük, és összegezzük, így kapjuk meg az osztévedést.
- Ennek eloszlása – mivel normáleloszlású dolgok négyzetösszege – χ^2 eloszlást követ.



F-eloszlásban a hatás és zaj aránya

- hatás: modell által magyarázott varianciarész négyösszege a modell összetettségéhez köthető szabadságfokkal osztva
- zajok négyzetösszege a minta nagyságához köthető szabadságfokkal osztva

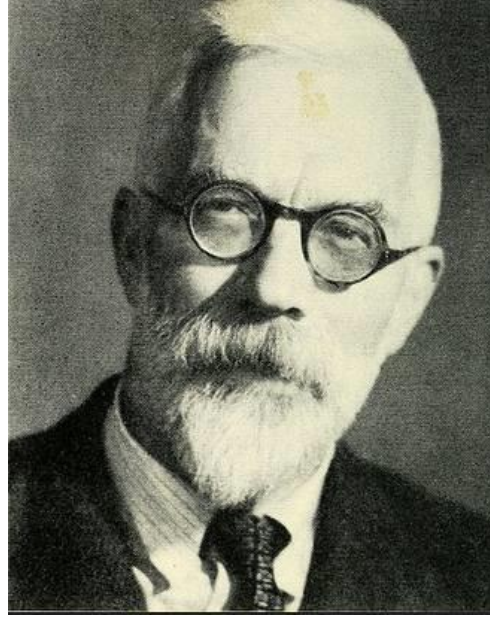
$$F = \frac{\frac{Q_1}{df_1}}{\frac{Q_2}{df_2}}$$

Nemparametrikus tesztek

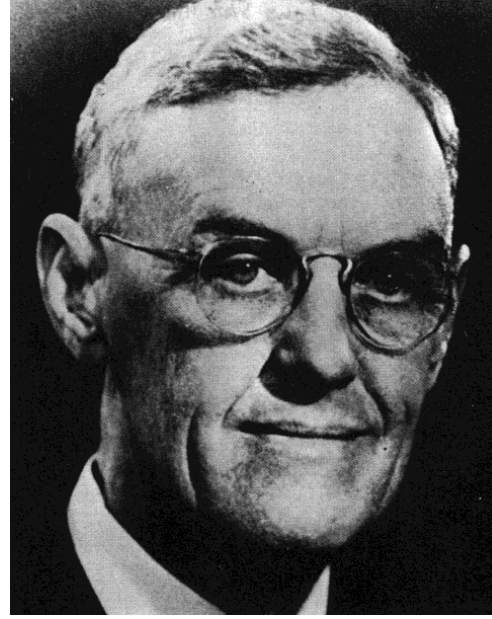
- Friedman ANOVA, Kruskal-Wallis teszt, Logisztikus regresszió, Mauchly-teszt...

F-eloszlás

Sir Ronald Aylmer Fisher



George Waddel Snedecor



F-eloszlás vagy Fisher-Snedecor eloszlás

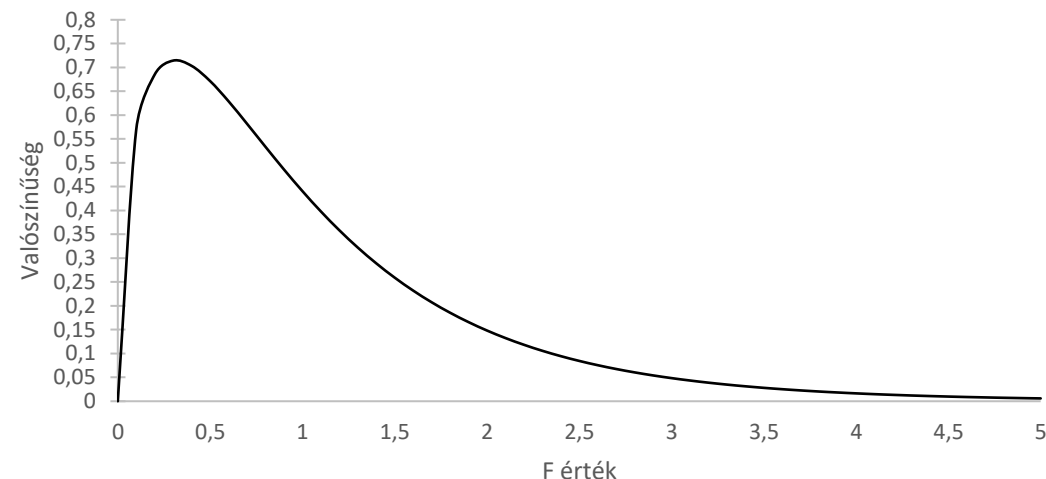
Két adott szabadságfokú khi-négyzet eloszlás aránya

- Q_1 legyen df_1 szabadságfokú khi-négyzet eloszlás, és Q_2 legyen df_2 szabadságfokú khi-négyzet eloszlás, ekkor

$$F = \frac{\frac{Q_1}{df_1}}{\frac{Q_2}{df_2}}$$

„Hatás”
varianciája

„Zaj”
varianciája



Varianciák arányainak számításakor használt eloszlástípus

Értéke csak pozitív lehet

- Mivel varianciák arányáról van szó
- Mivel Q_1 és Q_2 illetve df_1 és df_2 csak pozitív számok lehetnek

$$Q = Z_1^2 + Z_2^2 + Z_3^2 \dots$$

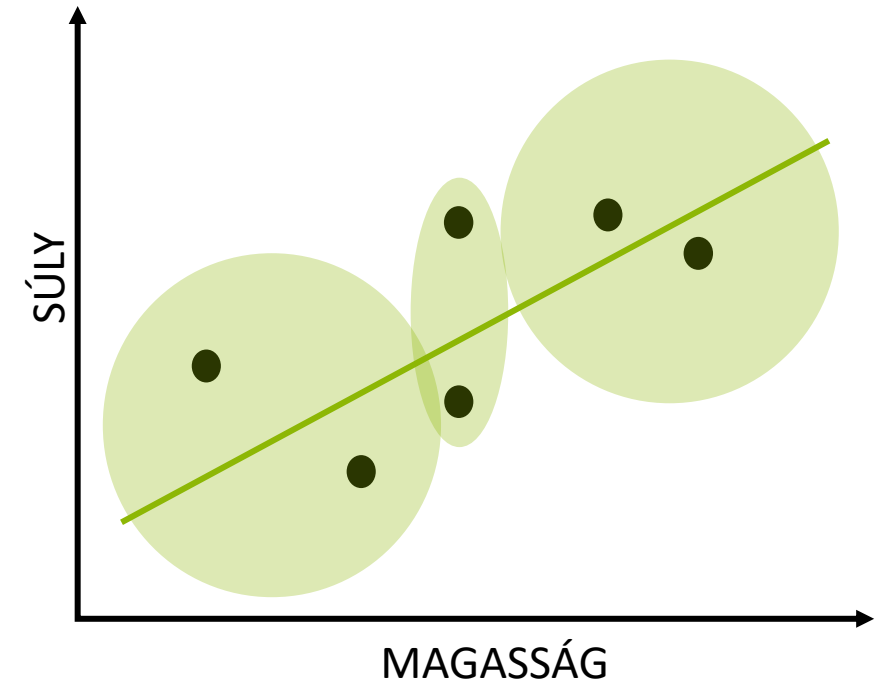
$df_1 \sim$ modell bonyolultsága
 $df_2 \sim$ minta nagysága

Ferde haranggörbe alakú, nem szimmetrikus eloszlás

Leggyakrabban az **ANOVA** és **lineáris regresszió** során találkozunk vele:

Példa: Emberek súlyát szeretnénk magyarázni magasságukkal.

- **Megmagyarázott variancia:** A súly varianciájának egy részét meg lehet magyarázni a magassággal (a magasabb emberek általában nehezebbek)
- **Meg nem magyarázott variancia:** A súly varianciájának másik részét nem lehet megmagyarázni a magassággal (ugyanolyan magas emberek között is van nehezebb és könnyebb)
- Az F érték a megmagyarázott és meg nem magyarázott variancia aránya



Értéke csak megközelítheti a 0-át és végtelent.

- A 0 közeli F jelentése az lenne, hogy a magassággal semmit nem lehet a súly varianciájából megmagyarázni.
- Végtelenközeli F-é pedig az, hogy mindent meg lehet a magassággal a súly varianciájából magyarázni.

$$F = \frac{\frac{Q_1}{df_1}}{\frac{Q_2}{df_2}}$$

F-eloszlás szabadságfokai

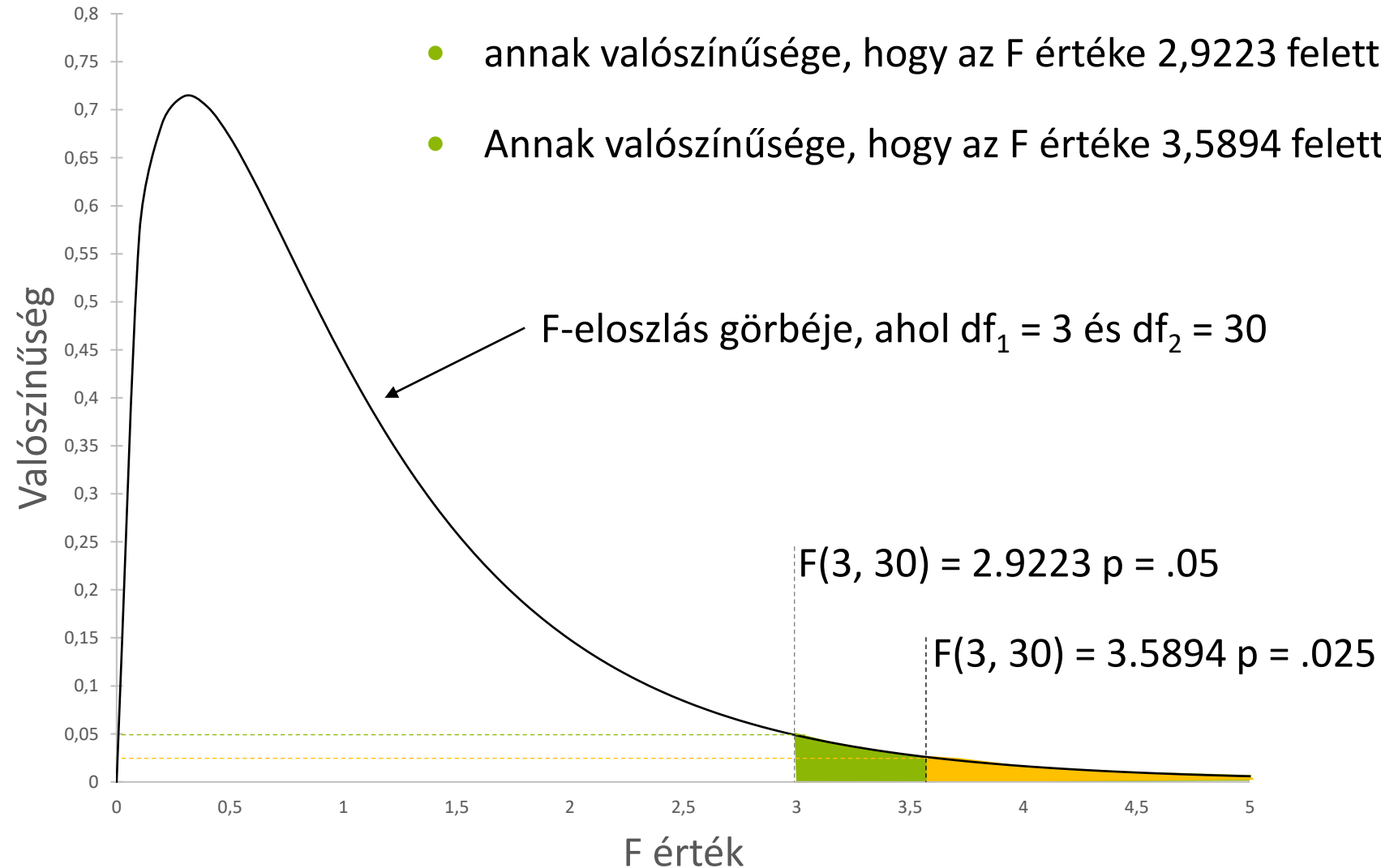
Az F-eloszlás két szabadságfokkal rendelkezik

- df_M : A számlálóhoz tartozó szabadságfokot a modell bonyolultsága határozza meg.
(pl. a súlyt magyarázni nem csak magassággal, hanem a étkezések gyakoriságával és bevitt kalóriával is).
- df_R : A nevezőhöz tartozó szabadságfok a minta nagyságára vonatkozik, és értéke az elemszámából számolható ki.

$$F = \frac{\frac{Q_1}{df_1}}{\frac{Q_2}{df_2}} = \frac{\frac{Z_{M1}^2 + Z_{M2}^2 + Z_{M3}^2}{2}}{\frac{Z_{R1}^2 + Z_{R2}^2 + Z_{R3}^2 + Z_{R4}^2 + Z_{R5}^2 + Z_{R6}^2}{3}}$$

Egy vizsgálatban, ahol a számláló szabadságfoka 3, a nevezőé 30,

- annak valószínűsége, hogy az F értéke 2,9223 felett lesz 5%.
- Annak valószínűsége, hogy az F értéke 3,5894 felett lesz 2,5%.

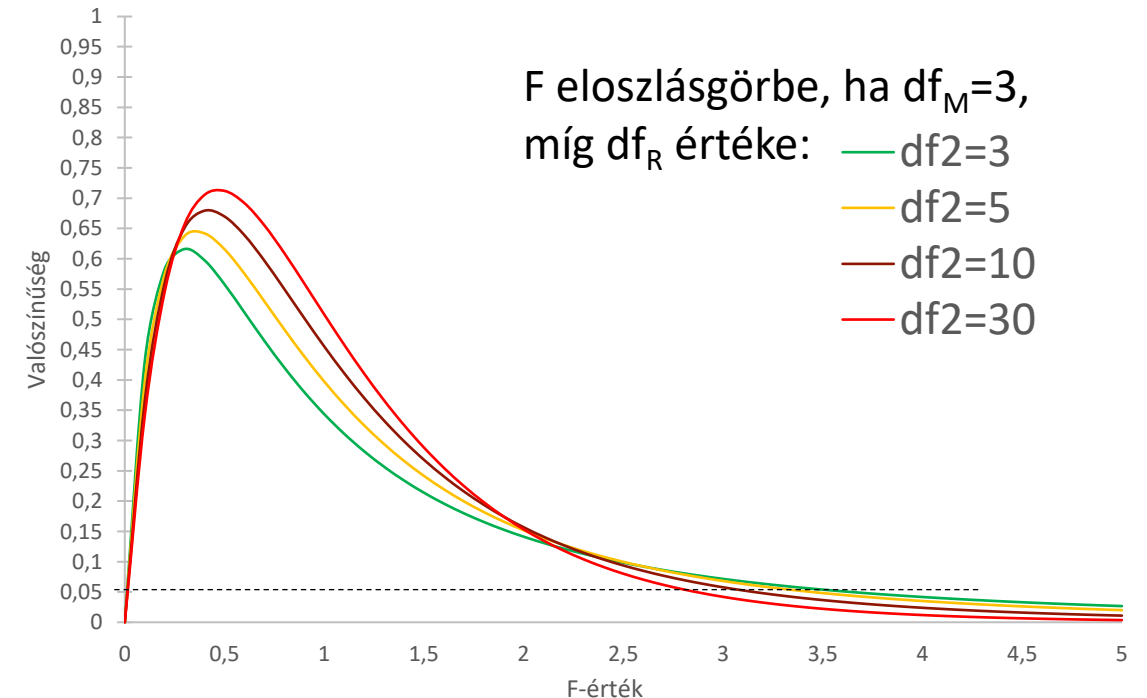
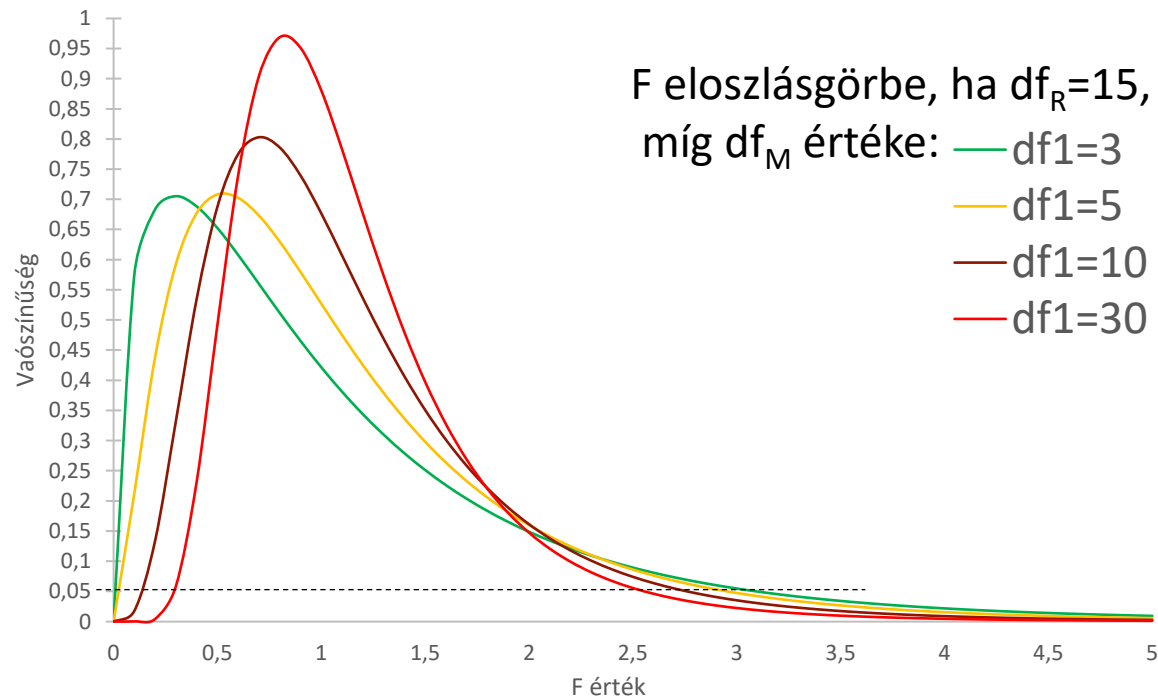


F-eloszlás alakja

df_M (vagy df_1): A számlálóhoz tartozó szabadságfokot a modell bonyolultsága határozza meg
Minél bonyolultabb a modell (ezáltal nagyobb a df_M értéke), annál kisebb a valószínűsége a magas F értéknek

df_R (vagy df_2): A nevezőhöz tartozó szabadságfokot a vizsgálat elemszáma határozza meg
Minél nagyobb az elemszám (így a df_R értéke is), annál kisebb a valószínűsége a magas F értéknek.

A szabadságfokok növelésével egyre kisebb hatások is szignifikánssá válnak

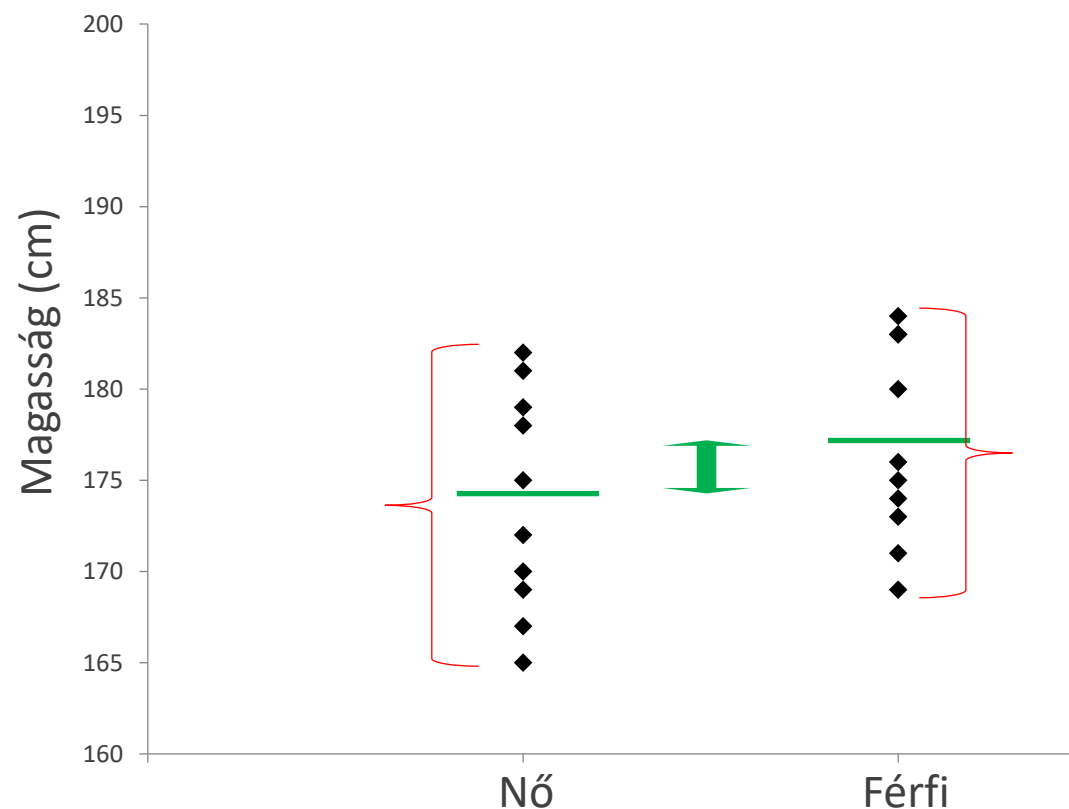


Összefüggés t és F eloszlás között

- A k szabadságfokú t -eloszlás négyzete megegyezik azzal az F eloszlással, melynek modellhez tartozó szabadságfoka 1, a hibához tartozó szabadságfoka pedig k .

$$t(k)^2 \sim F(1, k)$$

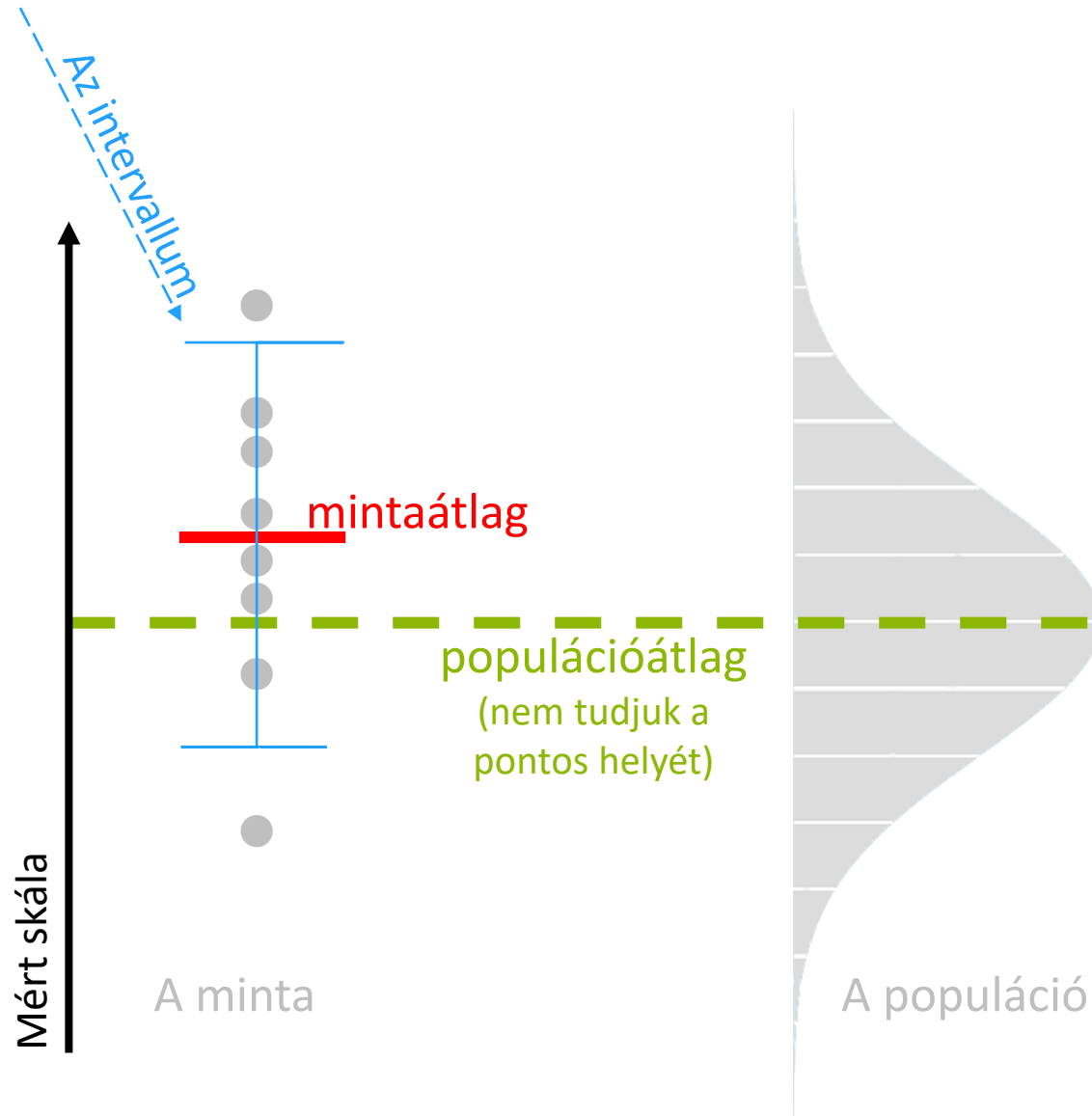
- A t -próba a legegyszerűbb ANOVA (illetve a legegyszerűbb lineáris regressziós vizsgálat).
 - A modell egyetlen prediktor változót tartalmaz (a csoportosító változót) – ezért a modell szabadságfoka egy lesz.
 - Amennyivel férfiak és nők magassága különbözik egymástól, annyit tudunk a nemmel a magasságból megmagyarázni.
 - Amekkora a csoportokon belüli variancia, annyit nem tudunk a nemmel magyarázni.
- A két érték átszámolható egymásba (ha $df_M=1$):
 - A t -érték négyzete megegyezik az F -értékkel
 - Az elemzésekhez tartozó szignifikancia pedig azonos lesz mindhárom elemzésben.



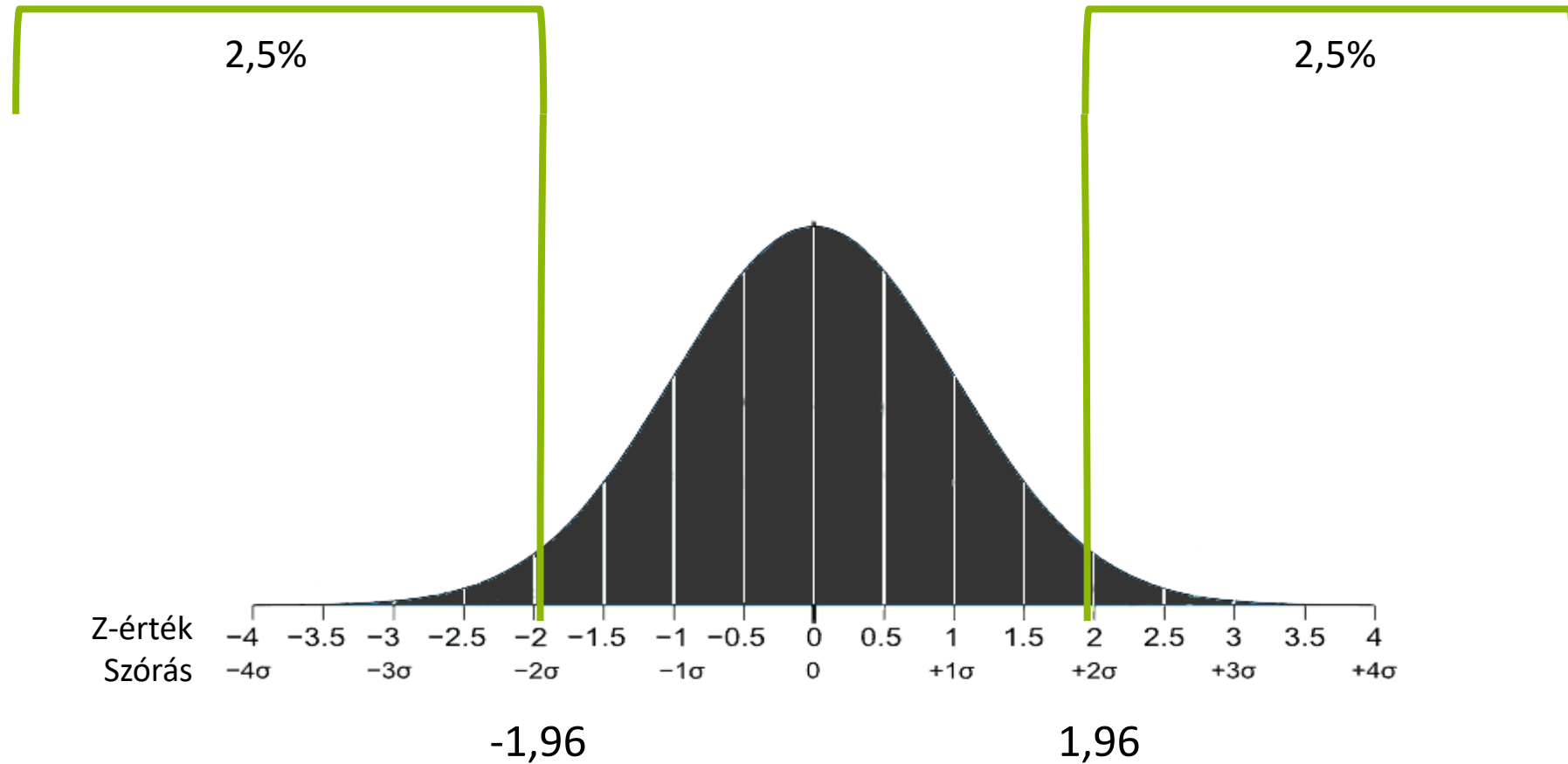
Visszatérés a konfidencia intervallumokhoz



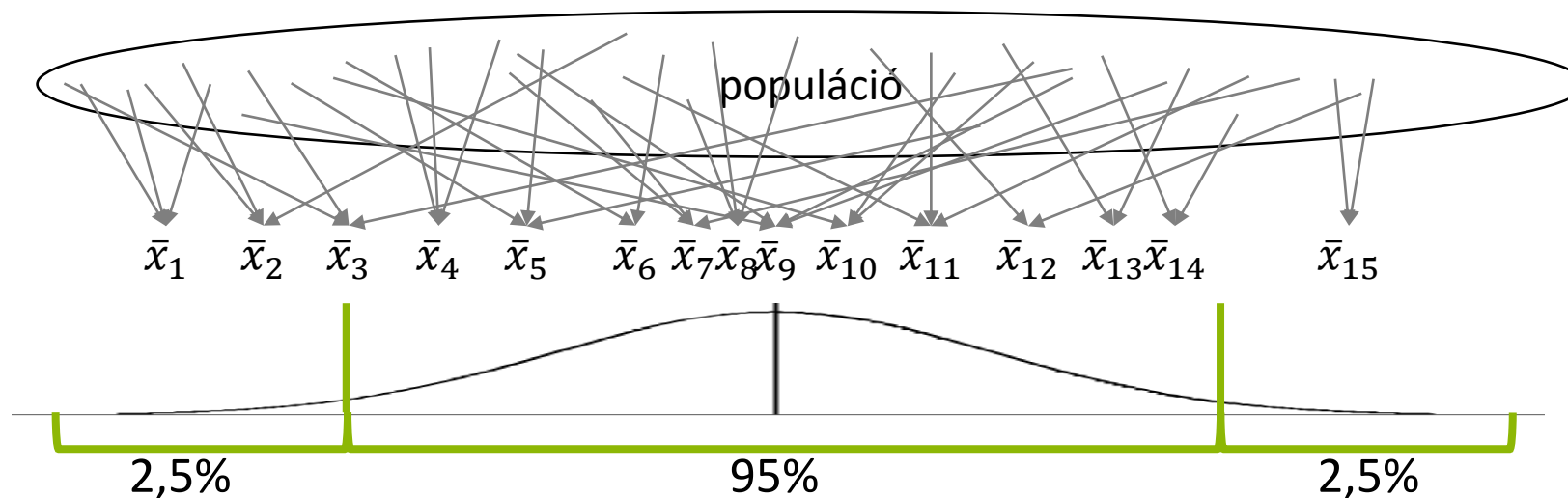
Kellene egy olyan **intervallum mintaátlag körül**, amibe **nagy** (pl. 90% vagy 95%-os) **valószínűséggel beleesik a populációátlag**.



$Z = \pm 1.96$ az eloszlás felső és alsó 2,5% vágja le (összesen a szélső 5%-ot),
tehát az adatok 95%-a a $Z = \pm 1.96$ -os z-érték közé fog esni



1. Vegyünk a populációból sok mintát, és számoljuk ki az átlagaikat!
2. Azt látjuk, hogy a *mintaátlagok* normál eloszlást követnek a central limit theoremnek megfelelően.
3. Határozzuk meg egy határértéket, amibe a *mintaátlagok* 95%-a beleesik, így feltételezhetjük, hogy a populáció átlag is 95%-os valószínűséggel benne lesz!



4. Hol lesz ez a határérték?
A középső 95%-os valószínűség a $Z = \pm 1.96$ -os Z-értéken belüli területhez tartozik.
5. Tehát, ha kiszámolnánk a *mintaátlagok* Z-értékeit, akkor az a két mintaátlag között, melyhez a $+1.96$ és -1.96 -os Z-érték tartozik, lesz a mintaátlagok 95%-a.

Hogyan számoljuk ki egyetlen minta alapján?

$\bar{x}$ = mintaátlag

s = minta szórása

N = minta elemszám

Z = Z-érték – 95%-os konfidenciaintervallumnál ez a ± 1.96

STANDARD ERROR

A populációból vett
mintaátlagok szórása a
minta szórásából és
elemszámából becsülve

$$X_i = \bar{X} + Z * SE$$

Egyedekre
vonatkozik

Egy adott
egyed értéke

Mintában az
egyedek átlag

Mintában
egyedek szórása

Adott valószínűséghez
tartozó Z-érték

Hipotetikusán vett
rengeteg minta
mintaátlagra
szeretnénk
számolni

Egy adott
mintaátlag
értéke

Mintaátlagok átlaga
A mi mintánk
mintaátlagával
becsüljük

Mintaátlagok
szórása

Hogyan számoljuk ki egyetlen minta alapján?

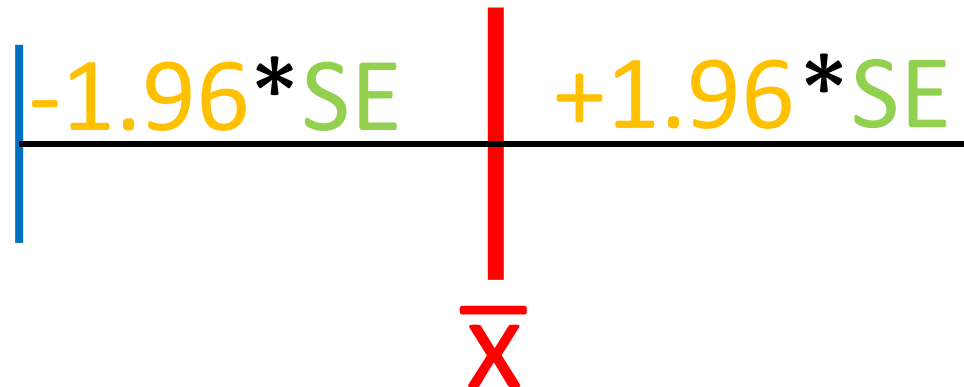
$\bar{x}$ = mintaátlag

s = minta szórása

N = minta elemszám

Z = Z-érték – 95%-os konfidenciaintervallumnál ez a ± 1.96

$$x_i = \bar{x} + Z * SE$$



Konfidencia intercallum, ha ismerjük a populáció szórását

Hogyan számoljuk ki?

Lássuk a z-értékek képletét még egyszer: $z = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$

Ebből egyenletrendezéssel:

A mintaátlag átlaga az átlag marad, tehát ez nem változik

± 1.96 (95%-os bizonyosság esetén)

A keresett CI határán lévő mintaátlag

$$X_i = \bar{X} + z * s$$

Minket a *mintaátlagok szórása* érdekel, ezért szórás helyett a mintaátlagok szórásával, tehát *standard error*val kell számolnunk

SE

Az így kialakult képlet: $CI_{határ} = \bar{X} + z * SE$

Van egy probléma: A Z-érték a normál eloszlású populációhoz tartozik. Azaz a számítás feltételezi, hogy a populáció mutatóival számolunk (tehát ismerjük a populáció szórását, és azt használjuk a képletben), pedig mi a minta szórását illesztettük be.

Hogyan számoljuk ki egyetlen minta alapján?

$\bar{x}$ = mintaátlag

s = minta szórása

N = minta elemszám

t-eloszlás – normáleloszlást követő minta eloszlása

$$X_i = \bar{X} + t(df) * SE$$

Konfidencia
intervallum szélei

Minta átlaga

Adott valószínűséghez és
szabadságfokhoz tartozó
t-érték

$df = N - 1$

Standard error

$$SE = \frac{s}{\sqrt{N}}$$

Hogyan számoljuk ki egyetlen minta alapján?

$\bar{x}$ = mintaátlag

s = minta szórása

N = minta elemszám

t-eloszlás – normáleloszlást követő minta eloszlása

$$x_i = \bar{x} + t(df) * SE$$

A 95%-os konfidencia intervallum felső határa:

$$\bar{x} + t(df) * SE, \text{ azaz } \bar{x} + t(N - 1) * \frac{s}{\sqrt{N}}$$

alsó határa:

$$\bar{x} - t(df) * SE, \text{ azaz } \bar{x} - t(N - 1) * \frac{s}{\sqrt{N}}$$

Konfidencia intervallum, ha *nem* ismerjük a populáció szórását

Mit tehetünk, ha nem ismerjük a populáció szórását (és valódi vizsgálatokban szinte soha nem ismerjük)?
Cseréljük le a Z-értéket egy másik eloszlásra, a t-eloszlásra, mely egy normál eloszlást követő populációból vett random minta leírására alkalmas.

A mintaátlag átlaga az átlag marad, tehát ez nem változik

A 95%-os bizonyossághoz tartozó t-érték a szabadságfoktól függ, értéke a t-eloszlás táblázatából kikereshető.
A táblázat használatánál figyelni kell, hogy ahhoz, hogy 95% legyen „belül”, ahhoz 2,5%-nak kell a két oldalon „kívül” lenni.

A keresett CI határán lévő mintaátlag

$$X_i = \bar{X} + t(df) * SE$$

$$df = N - 1$$

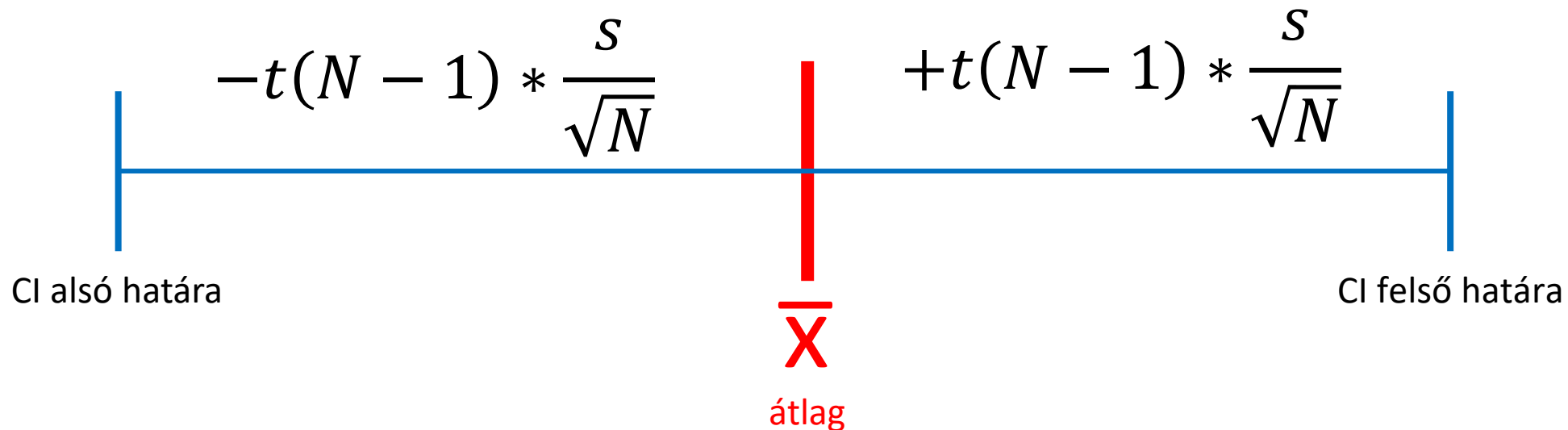
Minket a *mintaátlagok* szórása érdekel, ezért szórás helyett a mintaátlagok szórásával, tehát *standard error*al kell számolnunk

Az így kialakult képlet: **$CI_{határ} = \bar{X} + t(df) * SE$**

A 95%-os konfidencia intervallum felső határa: $\bar{X} + t(df) * SE$, azaz $\bar{X} + t(N - 1) * \frac{s}{\sqrt{N}}$

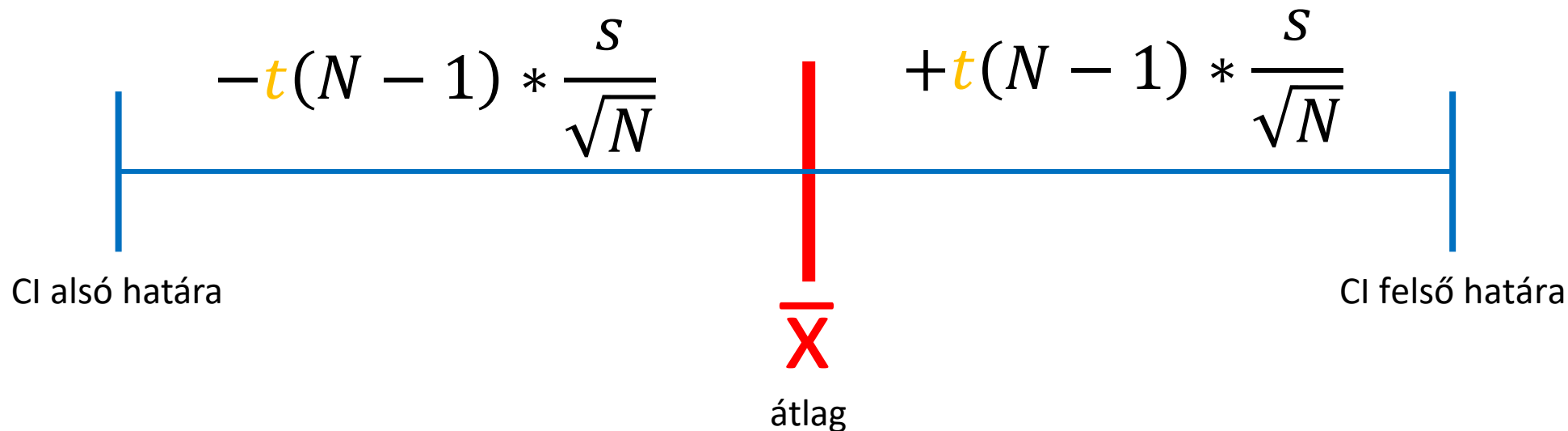
alsó határa: $\bar{X} - t(df) * SE$, azaz $\bar{X} - t(N - 1) * \frac{s}{\sqrt{N}}$

Mit mond el nekünk a konfidencia intervallum a minta és populáció kapcsolatáról?
Mi befolyásolja, milyen magabiztosan következtethetünk a mintából a populációra?



Az **átlag** csak az offsetet adja meg, a CI szélességét nem befolyásolja.

Mit mond el nekünk a konfidencia intervallum a minta és populáció kapcsolatáról?
Mi befolyásolja, milyen magabiztosan következtethetünk a mintából a populációra?



A **t-érték**kel szabályozhatjuk, mekkora valószínűséggel akarjuk a populációátlagot megtalálni.

Egy 100 fős mintán a

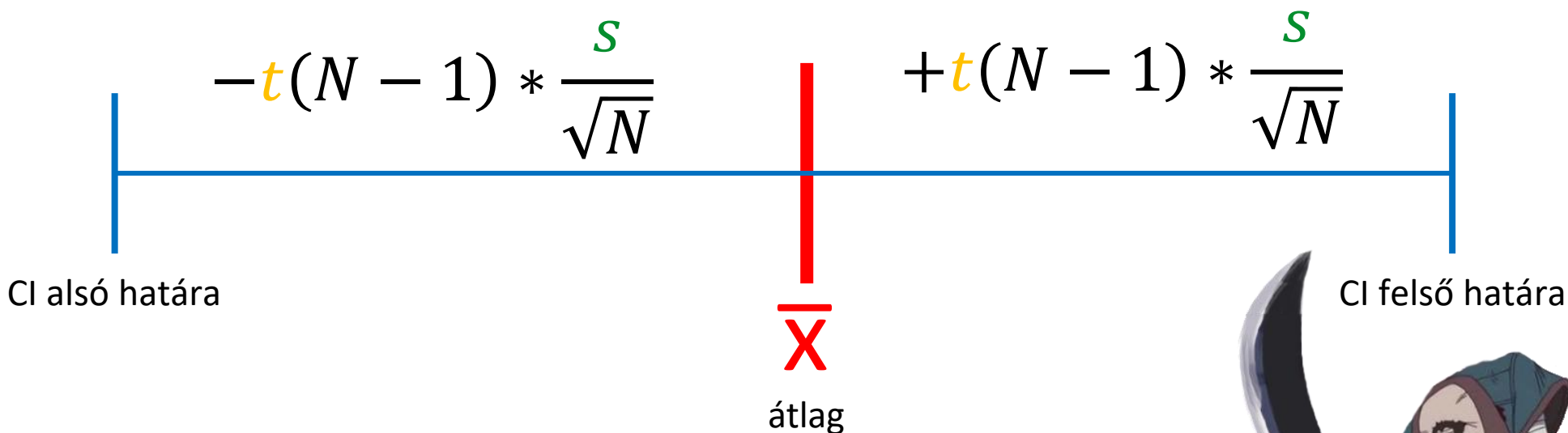
- 95%-os valószínűséghez ± 1.983 -as t-érték tartozik.
- 99%-hoz ± 2.625 . 90%-hoz csak ± 1.660 .

Láthatjuk, hogy minél „biztosabbra akarunk menni”, annál szélesebb CI kell.



Ha biztosra akarsz menni, használd nagy területre ható fegyvert!

Mit mond el nekünk a konfidencia intervallum a minta és populáció kapcsolatáról?
Mi befolyásolja, milyen magabiztosan következtethetünk a mintából a populációra?

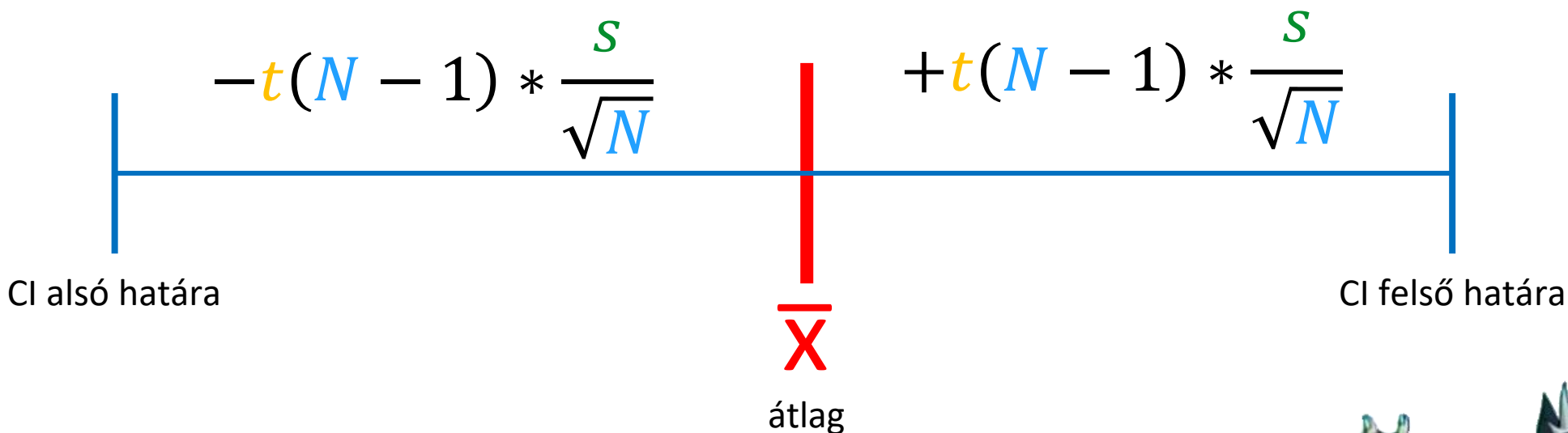


A **szórás** a számlálóban szerepel, tehát minél nagyobb a szórás, annál kevésbé lehetünk biztosak abban, hogy a mintaátlag jó reprezentálja a populációt, annál szélesebb lesz a CI.



Ha pontatlan vagy, hadonássz nagyokat!

Mit mond el nekünk a konfidencia intervallum a minta és populáció kapcsolatáról?
Mi befolyásolja, milyen magabiztosan következtethetünk a mintából a populációra?



Az **elemszám** nevezőben szerepel.

Minél nagyobb a minta, annál nagyobb részét fedtük le a populációnak, annál biztosabbak lehetünk abban, hogy a minta jól reprezentálja a populációt, annál keskenyebb lesz a CI.

A t-értéknél is hasonló hatása van. Minél nagyobb az elemszám, annál kisebb lesz a megadott valószínűséghez tartozó t-érték, azaz annál szűkebb lesz az intervallum.



Ha elég precíz vagy, nem kell nagy fegyver a biztos találatához.

- **Gyakorlás:** Egy országos felmérésen Zuckermann Sensation Seeking skálán a következő adatokat kapták.
 - Számold ki, mekkorák lennének a konfidencia intervallumok, ha 26, 101 vagy 1001 fő adataival dolgoznál!
 - Hogyan befolyásolja az elemszám a megbízhatósági intervallumot?
 - Számold ki a 90%, 95% és 99% konfidencia intervallumot is!
 - Ha biztosabbak akarunk lenni, hogy a populációátlag az intervallumon belül van, az növeli vagy csökkenti az intervallum nagyságát?
 - A konfidencia szintje kis vagy nagy minták esetén számít igazán?
 - Láthatod, hogy a női mintákban egy kicsit kisebbek a szórások, mint a férfi mintában.
 - Ez csökkenti vagy növeli a megbízhatóságot?
 - A szórás kis vagy nagy minták esetén számít inkább?

		M	SD	90%CI	95%CI	99%CI
N=25	Férfi	19,15	5,98			
	Nő	17,2	4,71			
N=100	Férfi	19,32	5,9			
	Nő	17,38	4,65			
N=1000	Férfi	19,21	5,91			
	Nő	17,4	4,64			

$$CI_{határ} = \bar{X} + t(df) * \frac{s}{\sqrt{N}}$$

