

stathelp.hu

Készítette: Soltész-Várhelyi Klára

Parametrikusság feltételeinek ellenőrzése

A függő változóknak **skála** mérési szint

és **normál** eloszlás **Független kitöltők**

Kevert szempontos ANOVA

Független szempont mentén nominális,

esetleg ordinális prediktor változó, mely független

Az összefüggő szempont mentén szfericitás mintákat különít el. illetve **szóráshomogenitás**

A kovarianciamátrixok homogenitása

Normalitás

Független két minta

Független-mintás t-próba

Skála mérési szintű függő változó

Független kitöltők

Szóráshomogenitás

Reziduális hiba **normál** eloszlása

Független kitöltők

Lineáris regresszió

Skála mérési szintű kimeneti változó

Skála mérési szintű vagy dichotóm prediktor változók

Ne legyen olyan változó, melynek nulla a varianciája

Ne legyen a modellt befolyásoló, modellbe be nem emelt külső változó

Ne legyen kollinearitás illetve multikollinearitás

Egy- illetve többdimenziós outlierok **Homoszkedaszticitás**

Linearitás

Független hibák

Elemzés

Független kitöltők

Linearitás

Pearson korreláció

Normáleloszlás Két **skála** mérési szintű változó

Homoszkedaszticitás

független megfigyelések
függetlenség
független minták
független hibák
skála típusú adatok
monotonitás
dichotomitás
ferdeség
ordinális adatok
korreláltság
korrelálatlanság
folytonosság
linearitás
normalitás
kollinearitás
multikollinearitás
unimodalitás
szfericitás
kurtózis
szóráshomogenitás
összefüggő minták
random mintavételezés
kovarianciák homogenitása

Feltételek ellenőrzése

- Absztrakt
- Irodalmi bevezető
- Módszertan
- Eredmények
 - *Alváltozók mérési szintűek, függetlenek, és teljesül a normalitás és a szórás homogenitás.*
 - Hipotézis1 ellenőrzése
 - Próba1 eredménye
 - Próba2 eredménye
 - Hipotézis2 ellenőrzése
 - Próba3 eredménye
- Megbeszélés
- Összegzés
- Irodalom
- *Köszönöm családomnak, barátaimnak...*

- Absztrakt
- Irodalmi bevezető
- Módszertan
- Eredmények
 - Hipotézis1 ellenőrzése
 - Próba1 feltételei
 - Próba1 eredménye
 - Próba2 feltételei
 - Próba 2 eredménye
 - Hipotézis2 ellenőrzése
 - Próba3 feltételei
 - Próba3 eredménye
- Megbeszélés
- Összegzés
- Irodalom
- *Köszönöm családomnak, barátaimnak...*

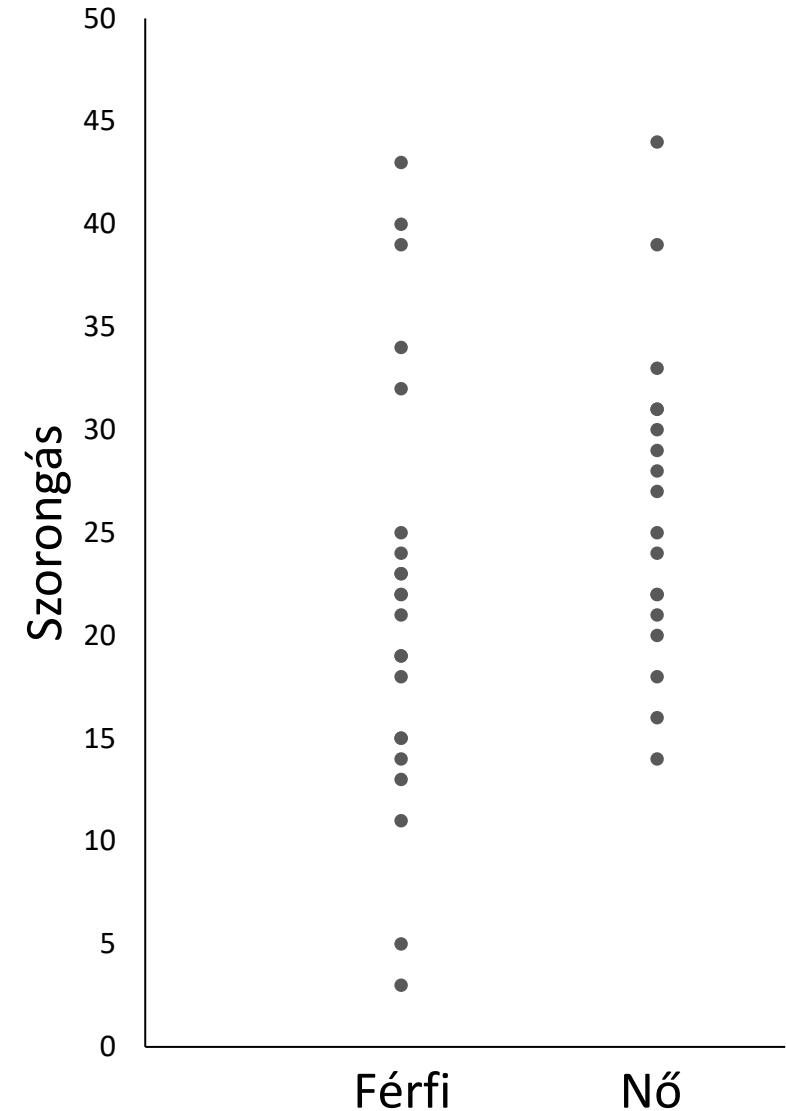
Hipotézisek – próbák - feltételek

A kutatásokat azért végzünk, mert kérdéseink vannak.

Kíváncsiak lehetünk arra, különbözik-e férfiak és nők szorongása egymástól.

A kérdések mentén hipotéziseket fogalmazunk meg:

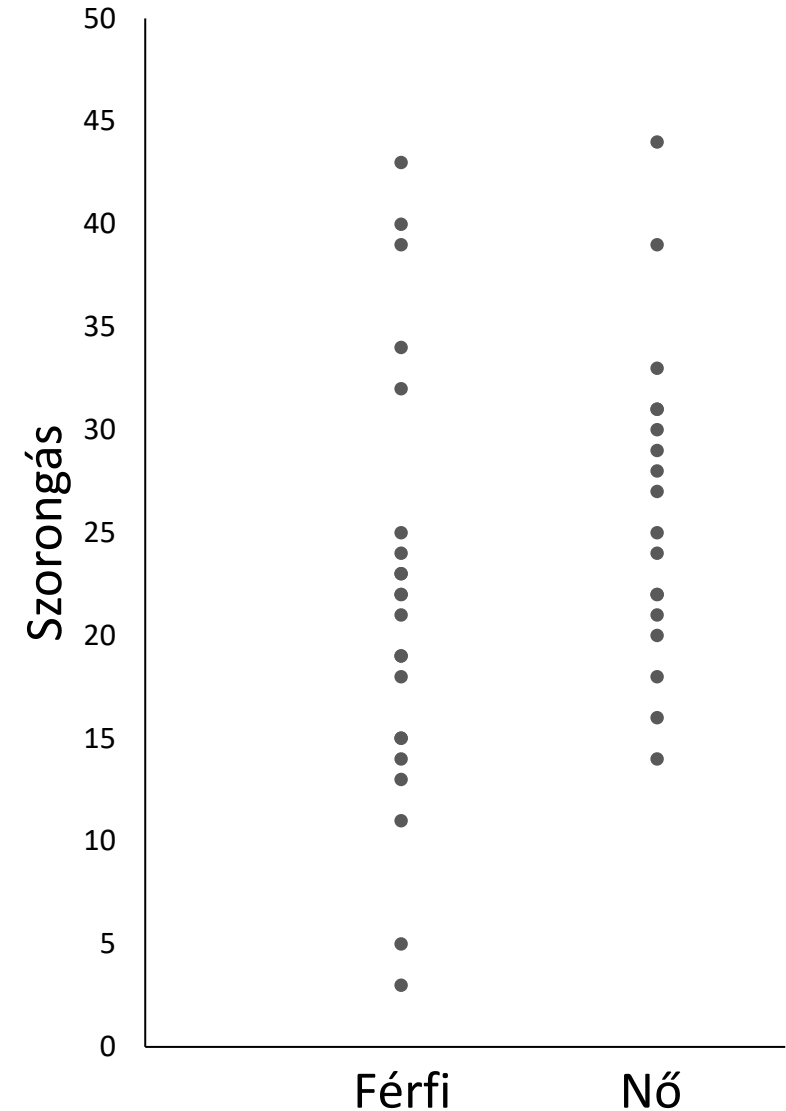
Férfiak és nők különböznek a szorongás tekintetében.



Hipotézisek – próbák - feltételek

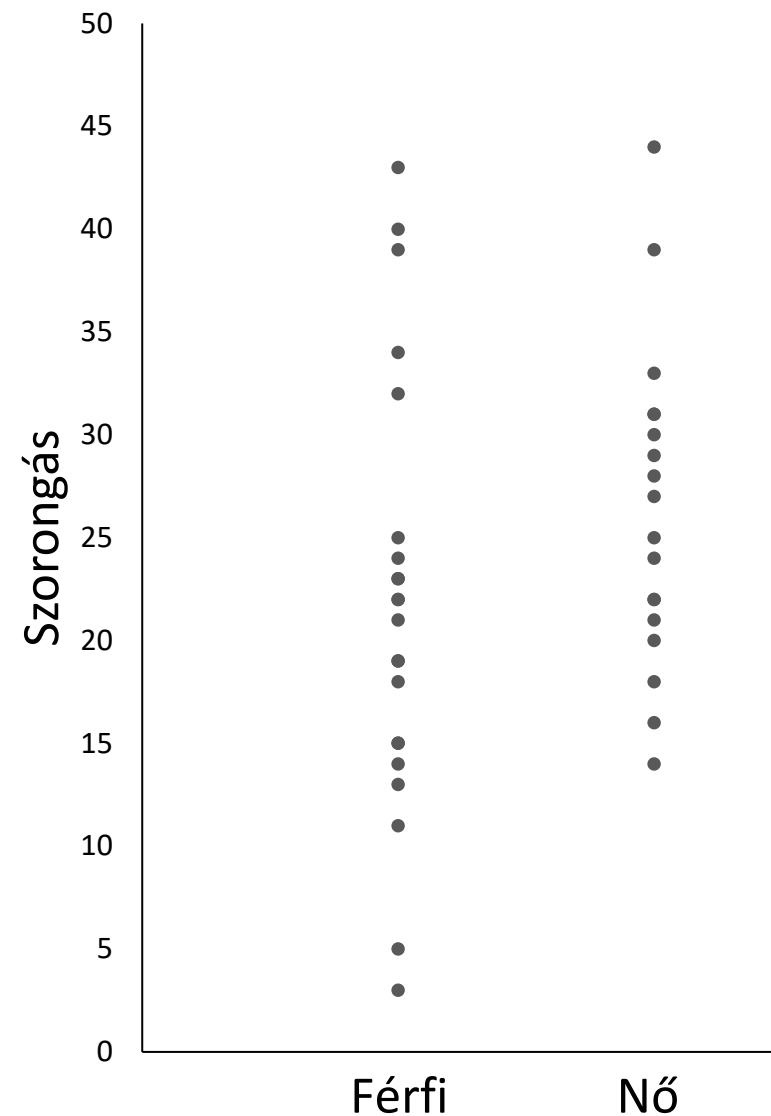
Egy hipotézis tesztelésére több statisztikai próba is alkalmas lehet. Például az előző kérdés vizsgálható:

- Független mintás t-próba
- Univariate ANOVA
- Point biserial korreláció
- Lineáris regresszió
- Welch-teszt
- Mann-Whitney teszt / Wilcoxon rangösszeg teszt
- Moses extreme reaction teszt
- Wald-Wolfowitz run teszt
- stb.



Hipotézisek – próbák - feltételek

A lehetséges próbák közül néhány alkalmasabb az adott hipotézis tesztelésére, mint a többi, mert **amit a próba tesztel, jobban illeszkedik a kutatási kérdéshez.**

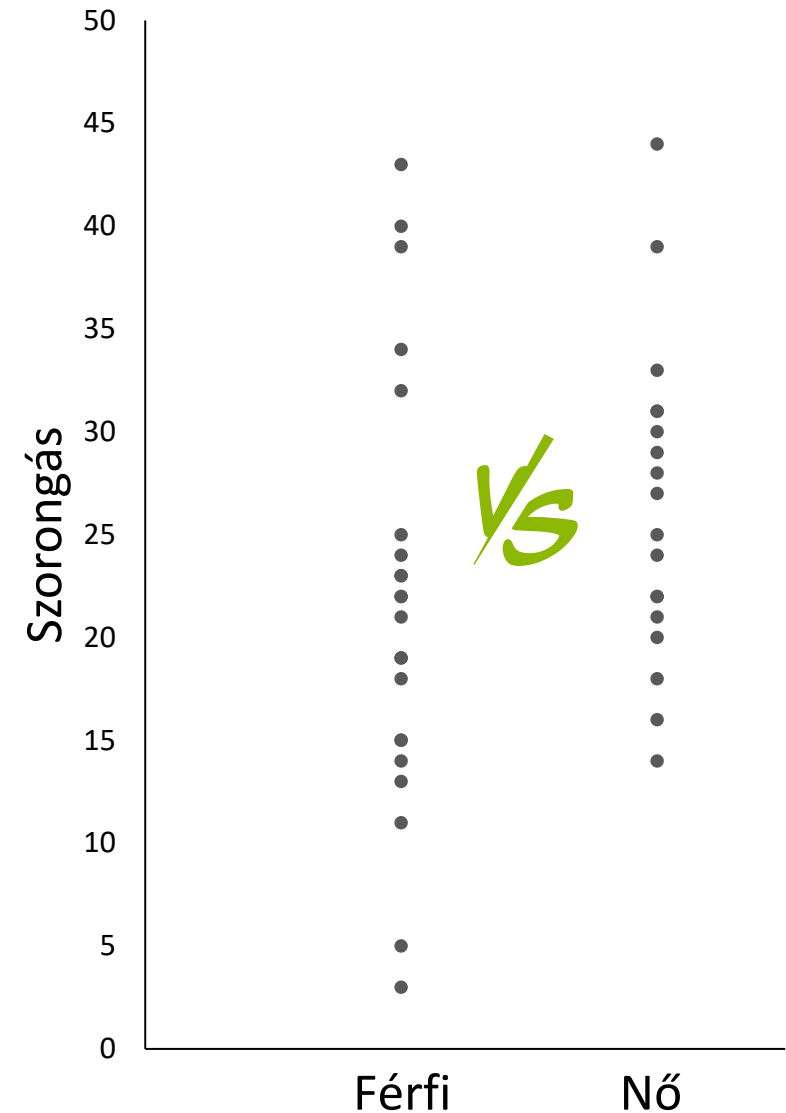


Hipotézisek – próbák - feltételek

Alkalmasabb a t-próba, mint a point biserial korreláció, mert

A t-próbát klasszikusan
minták összehasonlítására
találták ki.

A point biserial korreláció
kapcsolatok vizsgálatára lett
kitalálva.

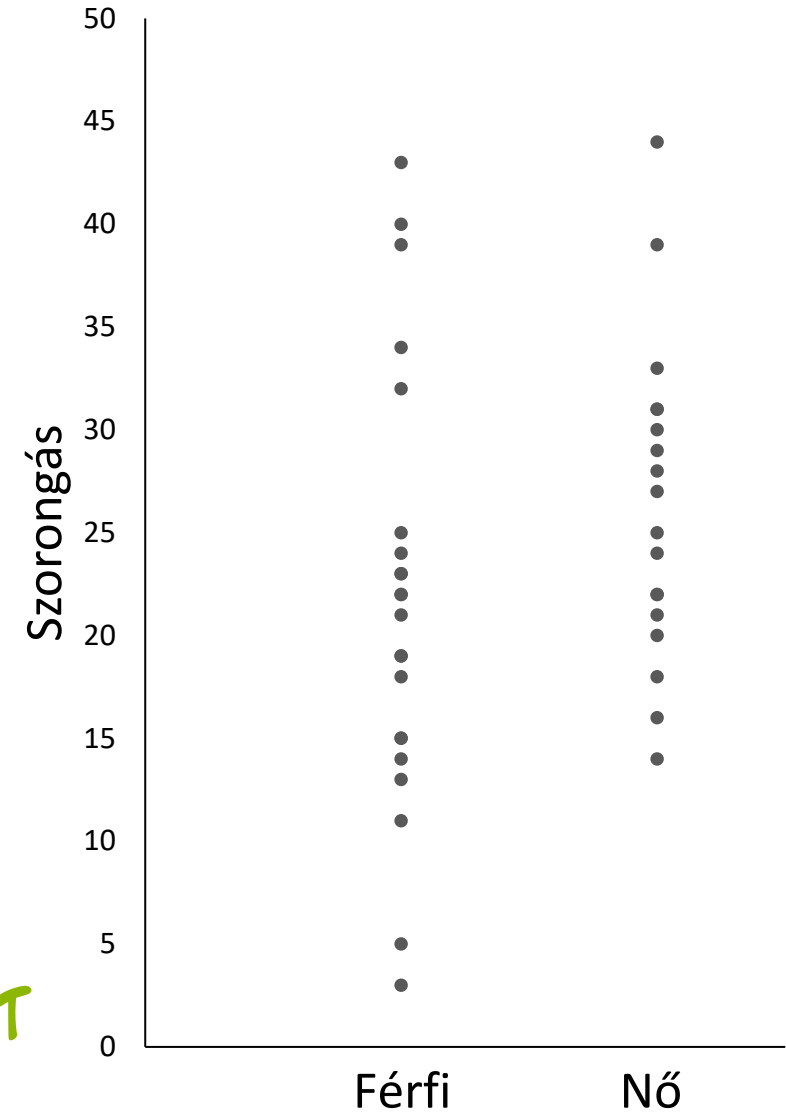


Hipotézisek – próbák - feltételek

Alkalmasabb a független mintás t-próba, mint az ANOVA, mert

A t-próbát két minta
összehasonlítására
használjuk.

Az ANOVA kettő vagy
annál több minta
összehasonlításra
alkalmas.



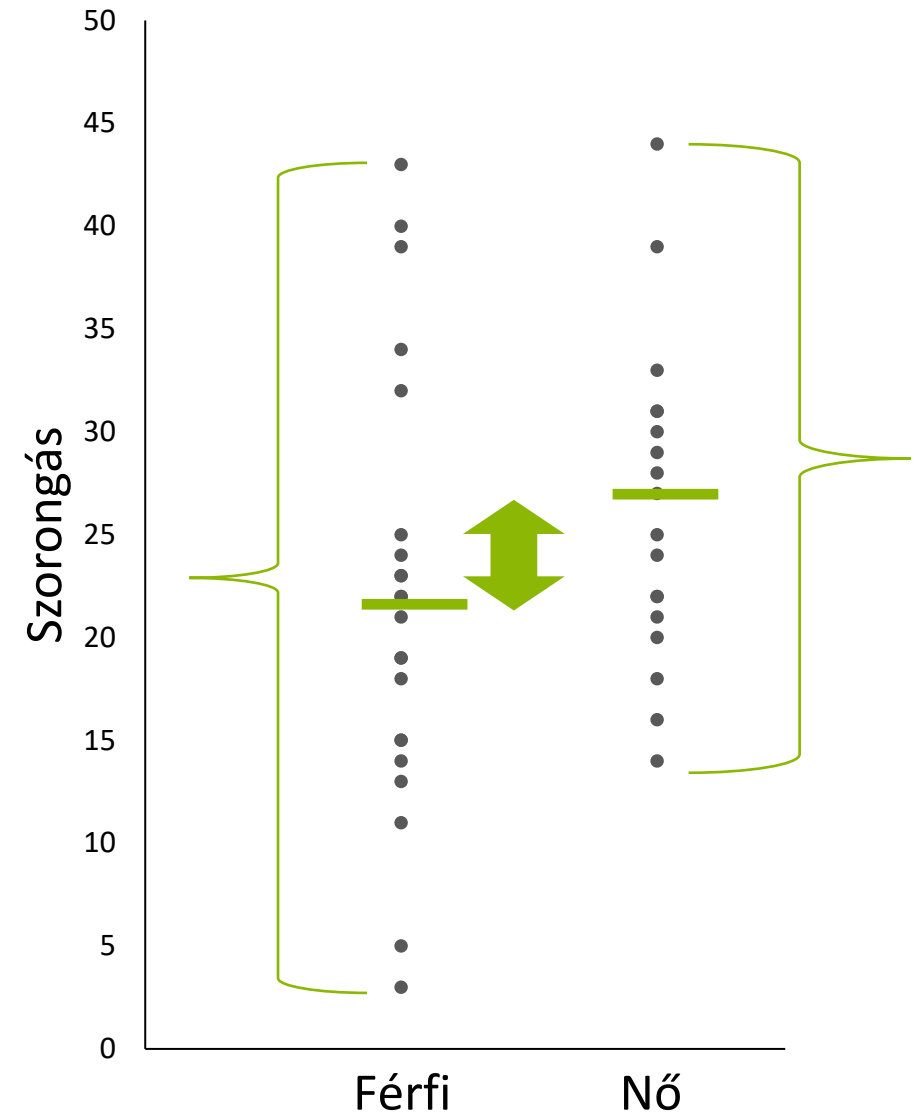
2 CSOPORT

Hipotézisek – próbák - feltételek

Ehhez a hipotézishez jobban illik a t-próba és a Mann-Whitney teszt, mint a Levene teszt vagy a Moses Extreme reaction teszt, mert

A t-próba és Mann-Whitney teszt középértékek közötti shiftet vizsgálja.

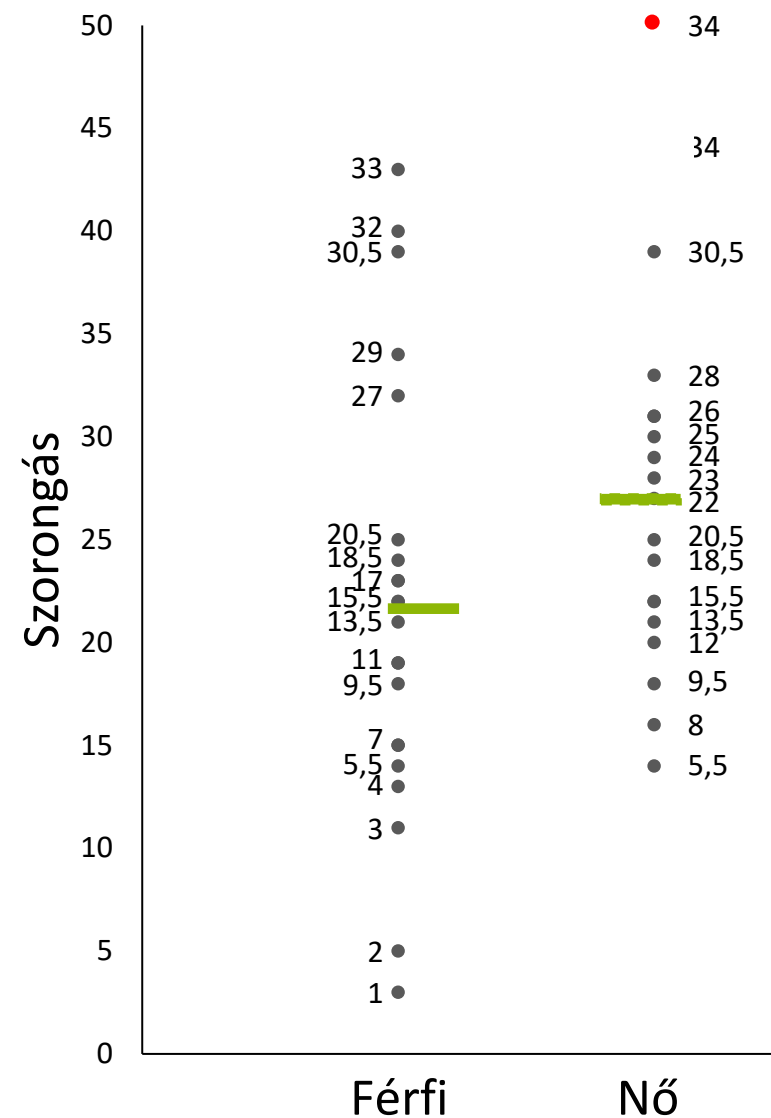
A Levene-teszt és a Moses Extreme reaction teszt a szórásokban keres különbséget.



Hipotézisek – próbák - feltételek

Azért is lehet alkalmasabb egy próba, mint a másik, mert robusztusabb, mint a másik.

Például a Mann-Whitney próba robusztusabb, mint a t-próba, mert a Mann-Whitney próba rangsoroláson alapul.

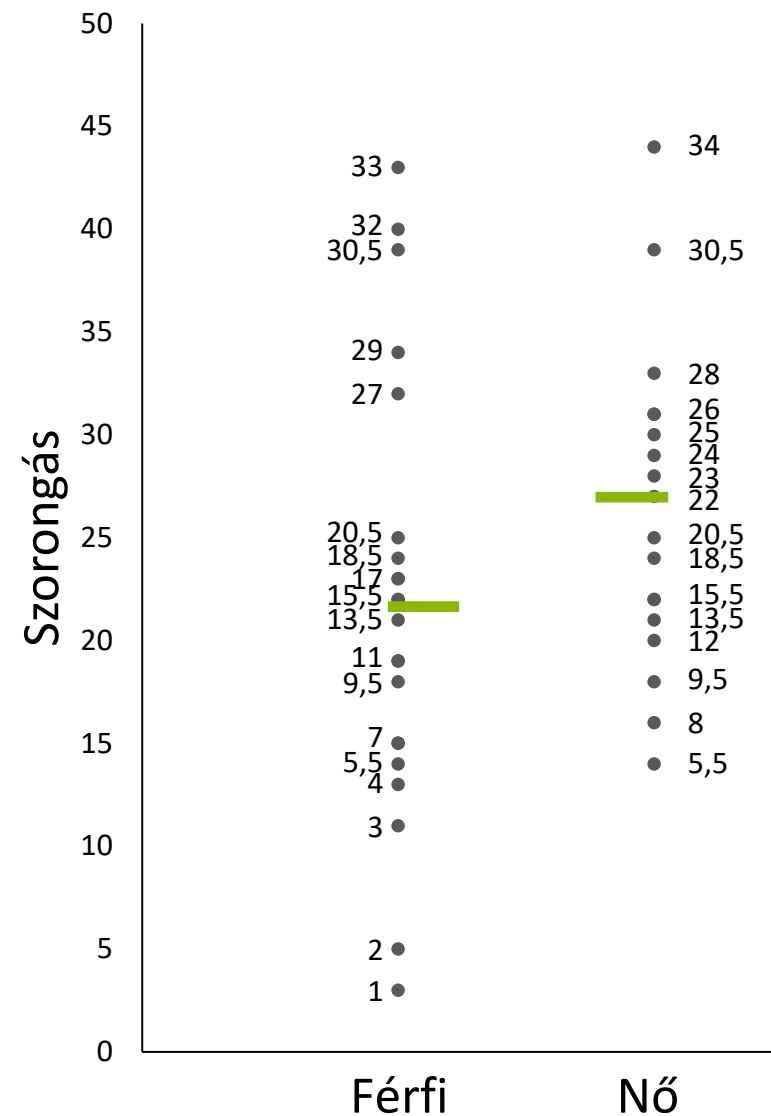


Hipotézisek – próbák - feltételek

De ha nincs szükség a robusztusságra, jobb az a próba, amelyik érzékenyebb.

A t-próba érzékenyebb,
mert az eredeti adatokon
végez számításokat.

A Mann-Whitney próba az
adatokból képzett rangokkal
számol, és a rangsorolás
információvesztéssel jár.



Robusztusság

Érzékenység



Milyen mintán ellenőrizzük a feltételeket?

A feltétel-ellenőrzést nem l'art pour l'art végezzük, hanem mindig egy adott statisztikai teszthez kötötten.

Így fontos, hogy azokon az adatokon végezzük el a feltételtesztelést, amin majd a teszt is dolgozik.

Például teszteljük a WBI normalitását!

H1 esetén a tesztelést mind az 50 főn kell végezni, mert mindenkinek megvan mindkét adata, azaz mindenki részt vesz az elemzésben

H2 esetén nincs mindenkinek nagykör értéke, így az elemzésben sem vesz mindenki részt. A WBI normalitását csak azok körében kell végezni, akiknek mind a két adata megvan.

H1: Összefüggés van a WBI és a szűk kapcsolati kör mérete között

wbi	kiskor	nagykör
6	2	75
13	8	45
7	6	829
9	1	-
11	3	346
10	4	421
10	2	244
6	2	-
9	2	432
9	5	447
9	8	222
11	3	-
12	4	420
10	3	123
6	6	748
9	0	102
8	7	463
7	1	-
7	2	-
5	0	103
10	3	-
11	8	1217
10	5	721
10	3	123
11	5	-
10	3	-
10	4	756

H2: Összefüggés van a WBI és a tág kapcsolati kör mérete között

wbi	kiskor	nagykör
6	2	75
13	8	45
7	6	829
9	1	-
11	3	346
10	4	421
10	2	244
6	2	-
9	2	432
9	5	447
9	8	222
11	3	-
12	4	420
10	3	123
6	6	748
9	0	102
8	7	463
7	1	-
7	2	-
5	0	103
10	3	-
11	8	1217
10	5	721
10	3	123
11	5	-
10	3	-
10	4	756

Parametrikus adatok

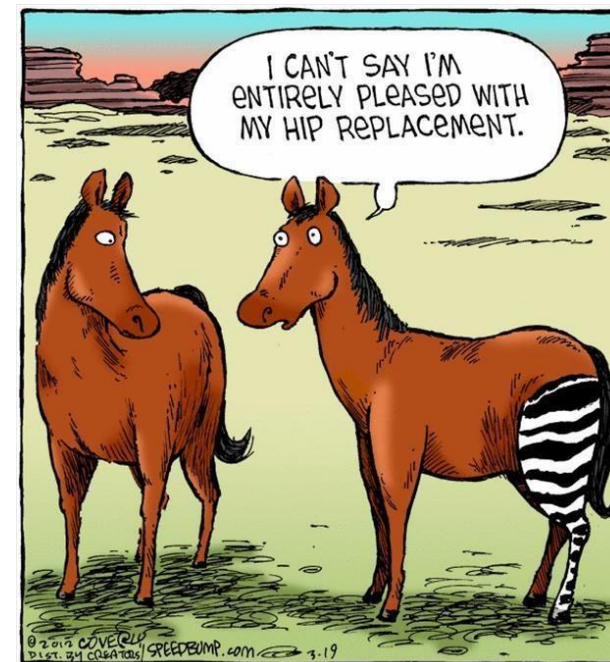
- Minden tesztnek, amit végzünk vannak feltételei. A feltételek közül öt nagyon sok tesztnél előfordul, ezért ezeket külön vesszük.
- **Parametrikusság négy feltétele**
 - Parametrikus tesztek megkívánják, hogy az adatok parametrikusak legyenek, tehát az alábbi négy feltételt kielégítsék.
 - **Függetlenség**
 - **Legalább intervallumskála típusú adatok**
 - **Normál eloszlás**
 - **Szóráshomogenitás**
- **Linearitás**
- **Összefoglaló flowchart: [adatfeldolgozas_flowchart.pdf](#)**

Kialakítani kell

Ellenőrizni kell

- Minden próbának feltételei vannak, és egy próba csak akkor végezhető el, ha a feltételei teljesülnek. Ha nem teljesül egy próba minden feltétele, akkor másik próbát kell választani.
- A következő diáorban ezekről a feltételekről, és ellenőrzésükről fogunk tanulni.
- A baj csak az, hogy még nem tanultunk egyetlen próbát sem, így nincs a feltételeket mihez kötni. Ezért nagyvonalakban megismerkedünk a mostani és következő félév legnagyobb két próbájával, a Pearson korrelációval és a független mintás t-próbával, és ezen próbák feltételein keresztül tanuljuk meg, hogyan kell a statisztikai próbák feltételeit ellenőrizni. A próbákat részletesen ez és a következő félév során tanulni fogjuk.

A két orvosi ló



Hipotézis: Pozitív összefüggés van a pszichológiai jól-lét és a szűk kapcsolati kör mérete között.

Feltételek ellenőrzése korrelációs vizsgálatnál:

Függetlenség

Skála típusú változók

Normalitás

Szóráshomogenitás

Linearitás



Röviden a Pearson korrelációról

Két folytonos változó közötti lineáris együttjárást vizsgálja.

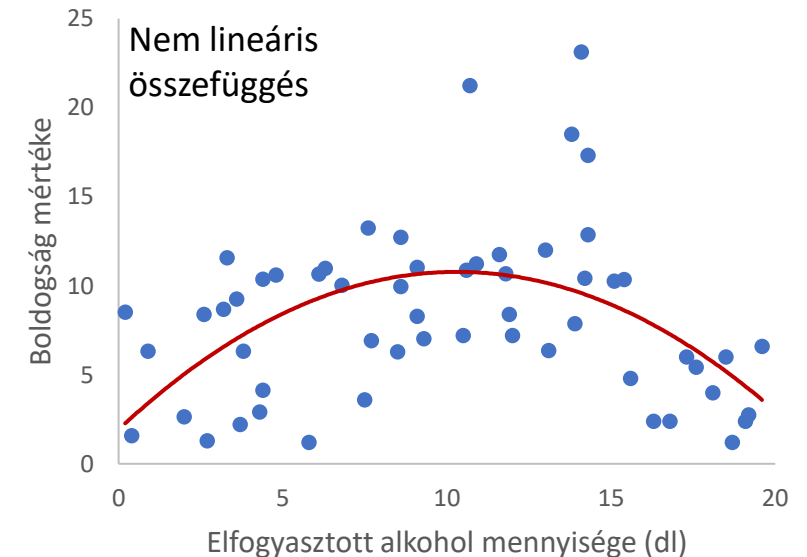
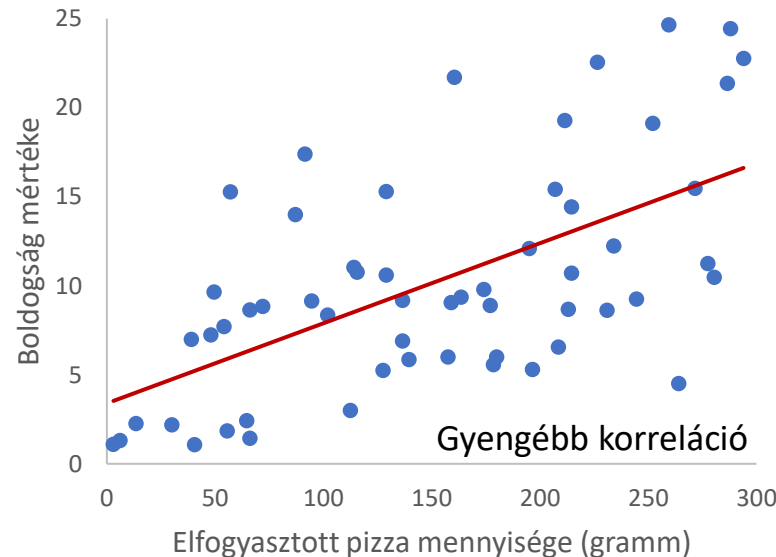
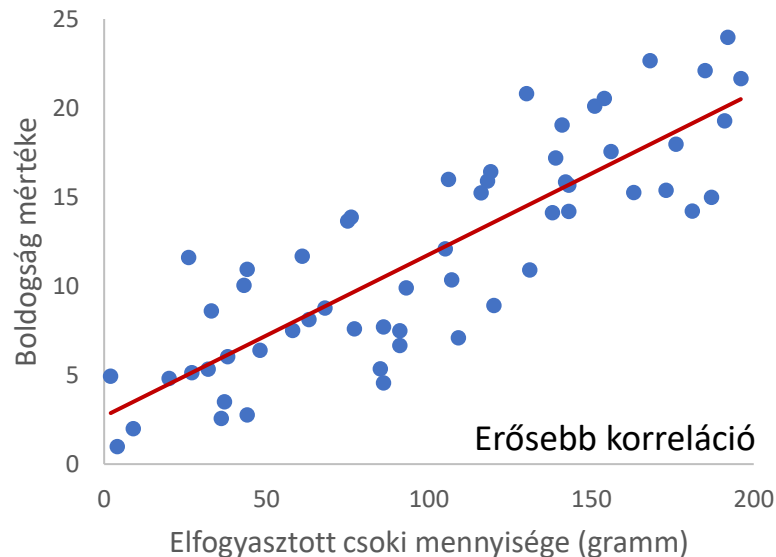
Például az elfogyasztott csoki mennyisége és a boldogság között pozitív kapcsolat található, mert ha nő az elfogyasztott csoki mennyisége, azzal együtt nő a boldogság is.

Működése konyhanyelven:

A két változó közötti kapcsolatot egy egyenessel próbálja modellezni. Annál erősebb korrelációt jelez,

- minél jobban leírja a modell a pontokat, azaz
- minél közelebb helyezkednek el a pontok az egyeneshez, azaz
- minél kisebb a modell pontatlansága, azaz
- minél pontosabban be lehet jósolni az egyik változóból a másik változó értékét.

Csak lineáris összefüggések vizsgálatára alkalmas



Első hipotézis

Hipotézis: Pozitív összefüggés van a pszichológiai jól-lét és a szűk kapcsolati kör mérete között.

A hipotézist Pearson korrelációval szeretnénk ellenőrizni.

A Pearson korrelációnak öt feltétele van (hogymelyik próbának mi a feltétele, azt mindig az adott próba megismerése során fogjuk megtanulni).

	Pszichológiai jól-lét	Szűk kapcsolati kör mérete
Egyedek függetlensége		
Skála típusú változók		
Normalitás		
Szóráshomogenitás		
Linearitás		

Minek a **függetlensége** a parametrikusság feltétele?

- Csoportok? Minták? Válaszadók? Válaszok? Változók?
- **Válaszadók (mérések, azaz sorok) függetlenségét feltételezzük.**
 - A nagy számok törvénye és a central limit theorem független megfigyelések esetén működik.

Példa a sérülésére:

- IQ és tanulmányi eredmény összefüggését vizsgálva több iskolából hozott adat. Az egy iskolába járók hasonló tanulmányi környezetben vannak – nem függetlenek egymástól.
- Hamburger- és üdítőméret összefüggését vizsgálva megfigyelések reggeli és esti órákból is.
- Reakcióidő mérésben egy ember válaszainak összevonása helyett az összes mérés egymás alá téve. Az egy személytől származó adatok nem függetlenek egymástól.
- Két részvény mozgásának összefüggés-vizsgálatához a tőzsdei árfolyam monitorozása egy éven keresztül. Egy napi árfolyam nem független a megelőző napoktól. Ez az ún. szeriális korreláció – kiemelten figyelni kell az elkerülésére

Ne zavarjon össze, későbbiekben más függetlenségi feltételek is lesznek (pl. ANOVA csoportok függetlensége, regresszió hibatagok függetlensége stb.)

Teljesül a függetlenség a két vizsgált változónál?

A kitöltők nem ismerik egymást, így nem egymásnak barátai, a szűk kapcsolati körük mérete tekintetében egymástól függetlenek. Illetve nem befolyásolják egymás pszichológiai jól-létét, így ebből a szempontból is függetlenek.

	Pszichológiai jól-lét	Szűk kapcsolati kör mérete
Egyedek függetlensége	✓	✓
Skála típusú változók		
Normalitás		
Szóráshomogenitás		
Linearitás		

Skála típusú adatok

A parametrikus tesztek **legalább intervallum skála típusú (függő) változó**(ko)n működnek

- **Skála típusú** – az elemek sorba rendezhetőek, az elemek közötti különbség is kifejezhető, ezért lehet különbséget, összeget számolni,...
- **Intervallum skála típusú** – , de nincs természetes nulla pont.
- **Arány skála típusú** – , és van természetes nulla pont, ezért lehet arányokat számolni.
- A legtöbb statisztikai elemzés során nem használjuk ki a természetes nulla pont előnyeit, ezért az az intervallum és arány skálát sokszor egységesen, skála típusként kezeljük. Együtt kezeljük őket, de azért okozhatnak különbséget a statisztikáinkban, (regresszióban látható rá példa)
- **Legalább intervallum szintű** – a skála típusú változókra szoktunk így hivatkozni, legalább intervallum szintű, tehát vagy intervallum skála típusú vagy arányskála típusú.
- **Folytonos** – tehát minden ponton értelmezhető (legalább egy intervallumon belül), például az 1 és 2 cm között van 0,5cm, de 0,25 vagy 0,22453cm is, a skála tetszőleges finomsággal felbontható. Bár ez így rendkívül pontatlan, és a két fogalom nem azonos, sokszor a skála típusú változókra utalunk a folytonos változó elnevezéssel.

Skála típusú adatok

- Néhány kivétel:
 - **Kvázi intervallum típusú** – a változó szigorú értelemben véve ordinálisnak tekintendő, de bizonyos tulajdonságai miatt olyan próbákban is használható, melyek feltétele a legalább intervallum szintű változó.
 - **Intelligencia** – az IQ számolásából adódóan csak ordinális változónak tekinthető, de az elemzések során kvázi intervallum skála típusúnak tekintjük.
 - **Likert-skála** – Statisztikailag a Likert-skála egy iteme ordinálisnak tekintendő, de sok esetben kvázi intervallum típusúnak tekintjük, és az itemekből számolt skálákkal már, mint skála típusú változóval szoktunk számolni.
 - Skála típusúként kezeljük őket, amikor Cronbach-alfát számolunk vele, főkomponens elemzésbe behelyezzük, értékeiket összeadjuk, amikor a skálát kiszámoljuk.
 - Ordinális mérési szintűnek kezeljük, ha egy kérdőív itemét önmagában használjuk és egyéb statisztikákba helyezzük be, például ha az adott itemmel való egyetértés mértékében keressük férfiak és nők között a különbséget.

Skála típusú adatok

- Néhány kivétel:
 - **Dichotóm változó** – csak kétféle értéket vehetnek fel.
 - Dichotóm változók sokszor beemelhetők parametrikus próbákba, de nem mindig – például Pearson korrelációba beemelhető egy dichotóm változó, de a t-próba függő változója nem lehet az.
 - **Dummy változó** – megoldás arra, hogy miként lehetne kategoriális változókat betenni olyan elemzésbe, melybe eredetileg csak skála típusúak kerülhettek.
 - Tegyük fel, hogy van egy nemzetiség változónk angol, német, francia kategóriákkal, és szeretnénk ezt a regresszióba betenni.
 - Készítsünk egy darab nemzetiség változóból két dummy változót: (1) angolság, ahol 1, ha angol, és 0, ha nem angol, vagyis német vagy francia (2) némettség, ahol 1, ha német, és 0, ha nem német, vagyis angol vagy francia.
 - A harmadikra dummyra, a franciaságra nincs szükség, hiszen egyértelműen adódik, ha a némettség és angolság is nulla, akkor franciáról van szó. Az így kapott két dummy változó már dichotóm, tehát betehető a regressziós elemzésbe.

Teljesül a skála típus feltétele a két vizsgált változónál?

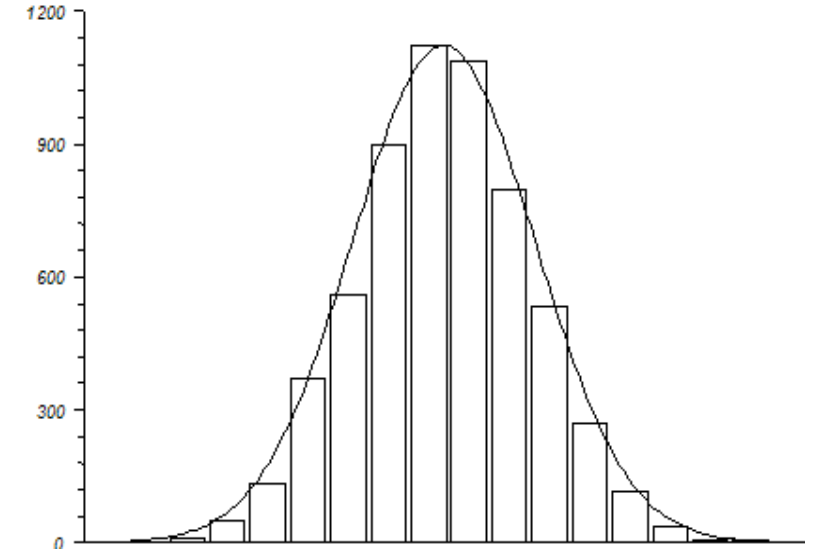
A szűk kapcsolati kör mérete arányskála típusú változó, hiszen akinek hat barátja van, annak kétszer annyi barátja van, mint akinek három. A Pszichológiai jól-lét egy Likert-skálás kérdőívből számolt skála változó.

	Pszichológiai jól-lét	Szűk kapcsolati kör mérete
Egyedek függetlensége	✓	✓
Skála típusú változók	✓	✓
Normalitás		
Szóráshomogenitás		
Linearitás		

Emlékeztető a normál eloszlásról

Normál vagy Z vagy Gauss-eloszlás

- **Folytonos** változók eloszlásának leírására alkalmas,
- **Haranggörbe alakú, Unimodális, Szimmetrikus** az átlag körül.
- Bár értéke az egész számegyenesen nézve soha nem csökken nullára, három szórás távolságra gyakorlatilag annak tekinthető.



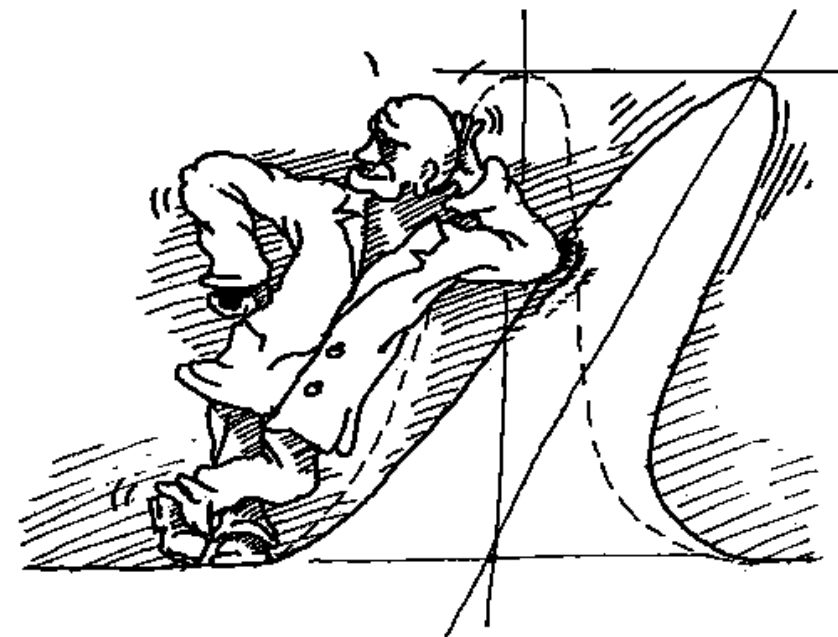
Central limit theorem vagyis központi határeloszlás tétel

- Adott feltételek teljesülése esetén **kellően nagy számú egymástól független**, meghatározható átlaggal és szórással rendelkező **változó számtani átlaga a populációban normál eloszláshoz közelít, függetlenül a változók eloszlásától.**
- Emberi nyelven: ha sok, elég nagy mintát veszünk egy akármilyen eloszlású populációból, a mintaátlagok eloszlása normális lesz.
- A társadalomtudományokban vizsgált tulajdonságok nagy részének eloszlása jól leírható vele főként a central limit theorem miatt, ezért a statisztikai próbák nagy része valamilyen szempontból feltételezi a normál eloszlást.

Két fontos eltérés a normál eloszlástól

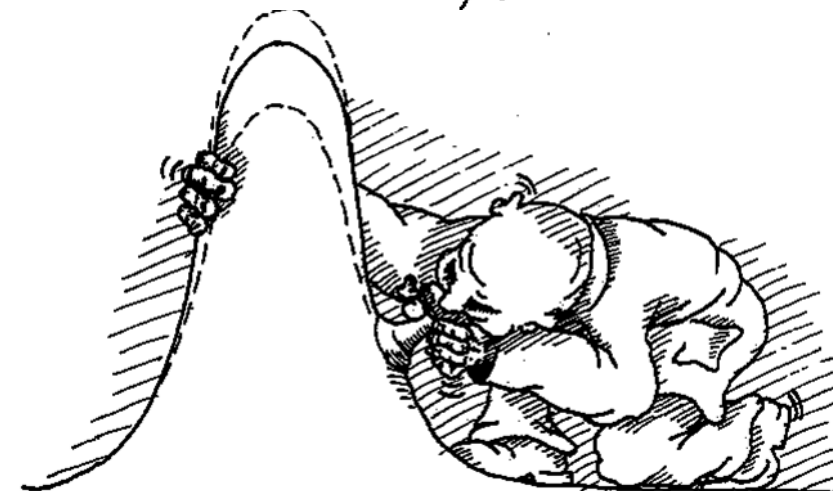
Ferdeség:

- A normál eloszlás ferdesége 0 (szimmetrikus)
- Pozitív ferdeség: az az eloszlásgörbe pozitív irányba nyúlik el
- Negatív ferdeség: az eloszlásgörbe negatív irányba nyúlik el
- Értéke az egész számegyenesen értelmezett, de ± 3 -at ritkán haladja meg



Csúcsosság:

- A normál eloszlás csúcsossága 0
- Pozitív csúcsosság: az az eloszlásgörbe csúcsos
- Negatív csúcsosság: az eloszlásgörbe lapos
- Értéke az egész számegyenesen értelmezett, de ± 3 -at ritkán haladja meg



Minek kell normál eloszlást követni?

A függő változónak?

A populációnak?

A mintának?

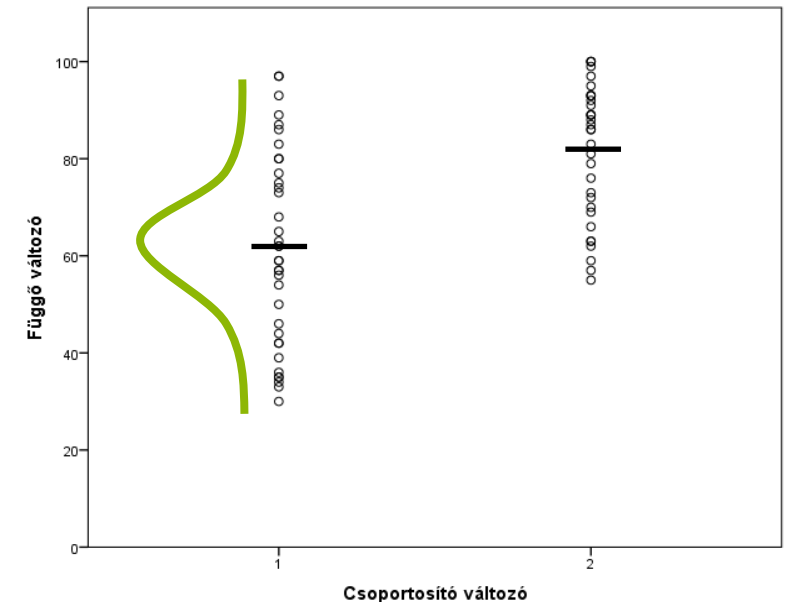
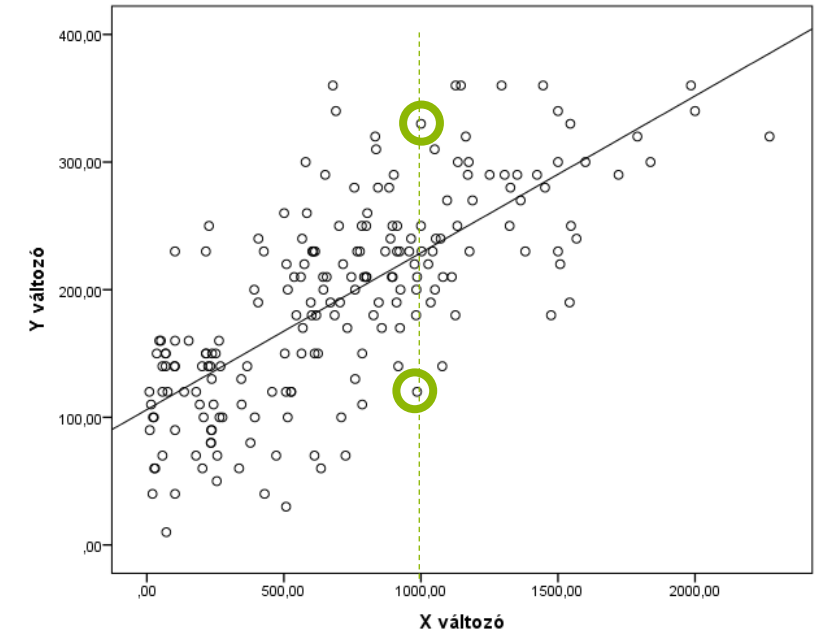
A becsült értékeknek?

A becslés hibájának?

Normalitás feltétele

A becslés hibájának normál eloszlása

- A becslés hibája a modell által predikált érték és a tényleges kimeneti érték eltérése.
 - A becslés hibájának függetlennek kell lennie a modellettől (a prediktor változótól), azaz a hiba a véletlen mintavételezésből adódó zaj,
 - és mivel a zaj sok egyéb hatás eredőjéből jön létre, ezért normál eloszlást mutat.
-
- Minták összehasonlítása esetén a becsült értékek a mintaátlagok lesznek, a hiba pedig a mintákon belüli változatosság,
 - ezért nem egészen pontos, de elterjedt gyakorlat a **minták** (a függő változó mintánkénti) normál eloszlását ellenőrizni (pl. t-próba feltételeként).

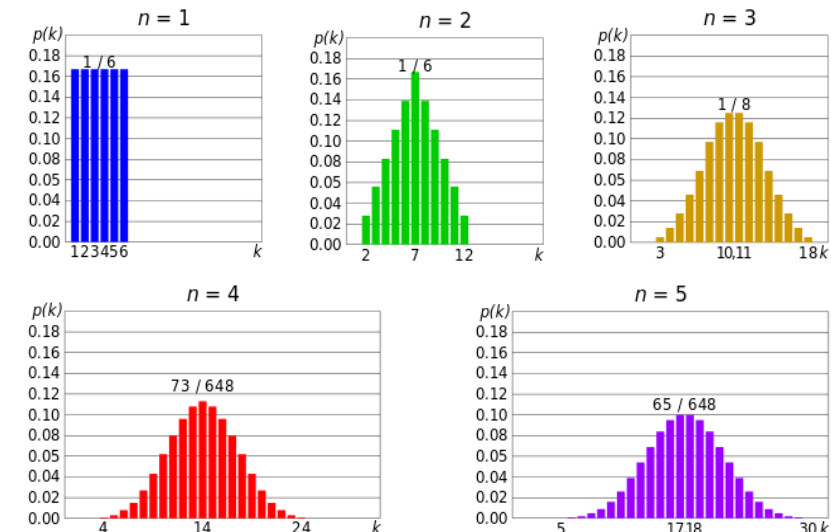
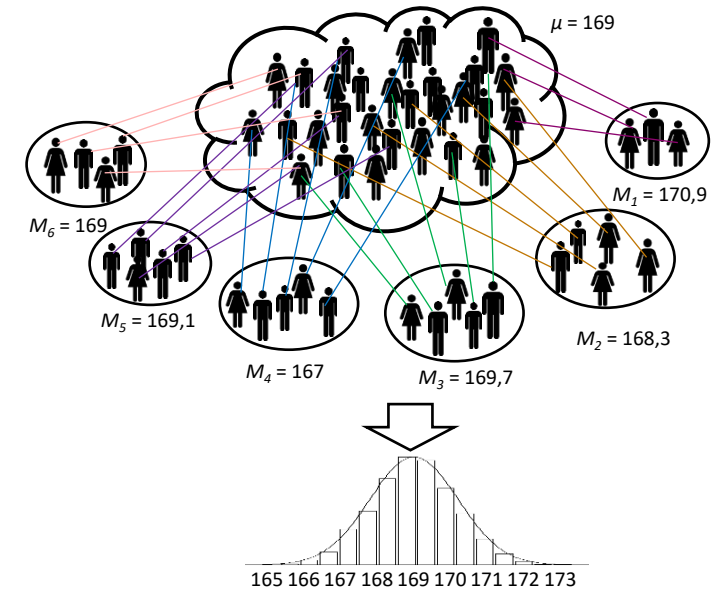


Normalitás feltétele

A mintából becsült érték normál eloszlása

(például a mintaátlagok normál eloszlása)

- Tehát a normalitás feltétele az, hogy ha veszek több mintát, kiszámolom a mintaátlagokat, akkor a kapott átlagok normál eloszlást kell kövessenek.
- Hogyan biztosítható ez, hiszen a mintaátlagok eloszlása nem ismert?
 - **Central limit theorem** kimondja, ha sok, elég nagy mintát veszünk egy akármilyen eloszlású populációból, a mintaátlagok eloszlása mindig normális lesz.
 - Tehát, ha elég nagy a mintám, akkor feltételezhetem, hogy a normalitás feltétele teljesül.
- Mi az elég nagy minta?
 - Pontosan nem tudjuk, de még az olyan populációnál is, mely eloszlása normálistól a lehető legjobban eltér (exponenciális) **40 fő** felett eléri a mintaátlagok eloszlása a normálgörbe-formát



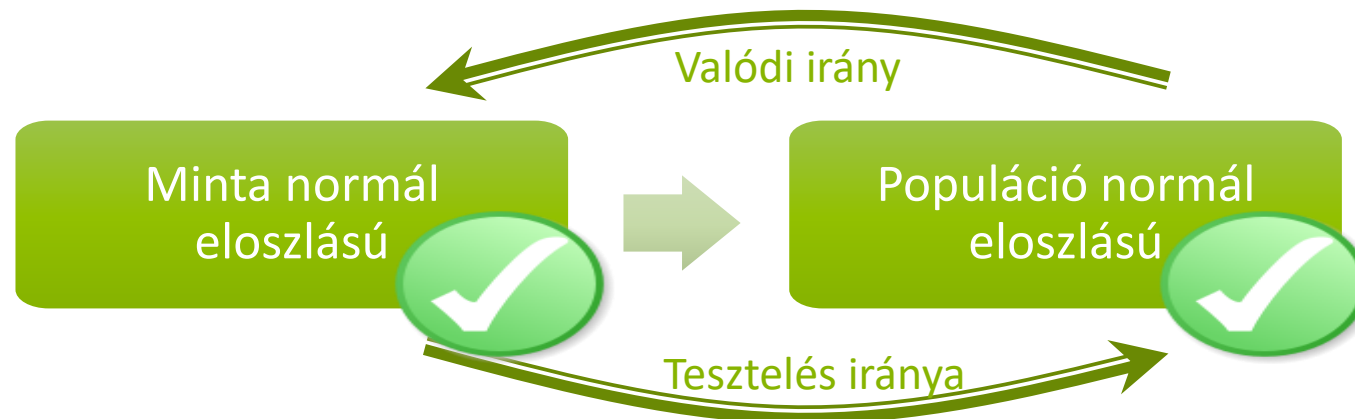
Normalitás tesztelése a mintán

A populáció normál eloszlása

- Nem ellenőrizhető
- De egy normál eloszlást követő populációban könnyebben teljesülnek a feltételek (pl. kisebb minta is elég lenne).
- Szerencsére a pszichológia és egyéb társadalomtudományok által vizsgált tulajdonságok általában soktényezősök, ezért eloszlásuk gyakran közel van a normál eloszláshoz (central limit theorem miatt).

A minta normál eloszlása

- önmagában **nem feltétel**, de tesztelhető, hogy a minta eloszlása szignifikánsan eltér-e a normál eloszlástól.
- Ha nem tér el a minta szignifikánsan a normál eloszlástól, akkor feltételezhető, hogy a populáció sem tér el jelentősen tőle.



Normalitás feltételének ellenőrzése

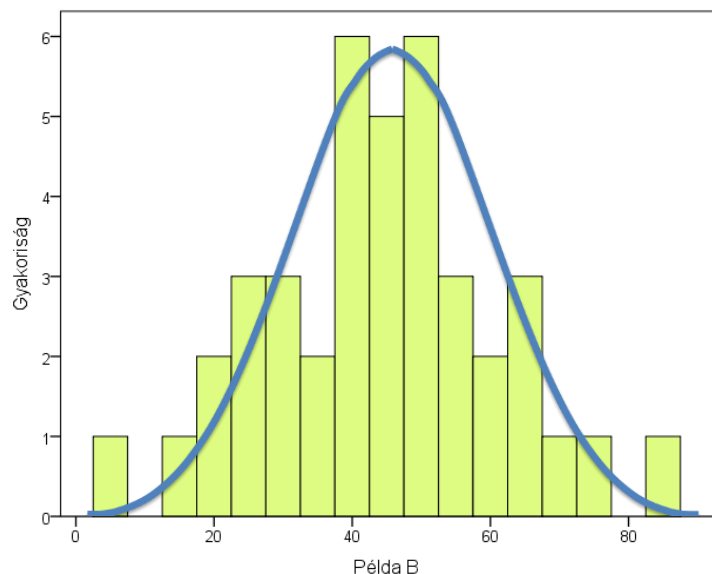
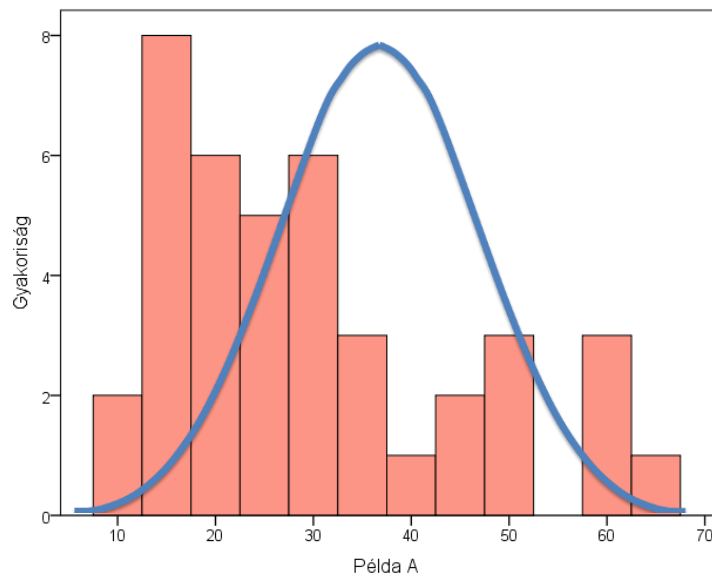
Grafikusan

- **hisztogram**ot és **Q-Q plot**ot megnézve

Statisztikailag

- három **elégséges** feltétele van a normalitásnak, **BÁRMELYIK teljesül a három közül, a normalitás feltételét teljesültnek tekinthetem.**
- A) **Shapiro-Wilk** vagy **Kolmogorov-Smirnov teszt**
 - Ellenőrzik, hogy a mintánk eloszlása szignifikánsan különbözik-e a normál eloszlástól A szignifikáns eredmény jelentése, hogy a minta eloszlása szignifikánsan különbözik a normál eloszlástól, tehát a normalitás feltétele nem teljesül.
- B) **z-tesztek**
 - Mintánként 15 fő felett, ha a minta outlierok nélküli, eloszlása unimodális, ferdesége és csúcsossága nem tér el szignifikánsan a normál eloszlás esetén várhatótól, a feltételezhetjük a normalitás feltételének teljesülését
- C) **Robusztussági** körülmények vizsgálata
 - Ha egy próba robusztus egy feltételre, az azt jelenti, hogy az adott próba nem érzékeny a feltétel sérülésére. Ahhoz, hogy egy próba robusztus legyen egy feltételére, bizonyos körülményeknek teljesülnie kell. Nem minden tanult próbánál vannak ilyen körülmények (például a Pearson korrelációnál nem tanulunk ilyet), de ha vannak az, azt adott próbánál említeni fogjuk.

A S-W és K-S próba azt teszteli, hogy van-e szignifikáns különbség a mi eloszlásunk és a normáeloszlás között, így ha szignifikáns, az azt jelenti, hogy az adataink eloszlása szignifikánsan eltér a normál eloszlástól, azaz nem feltételezhetjük a normál eloszlást. Nézzünk meg a gondolatmenetet:

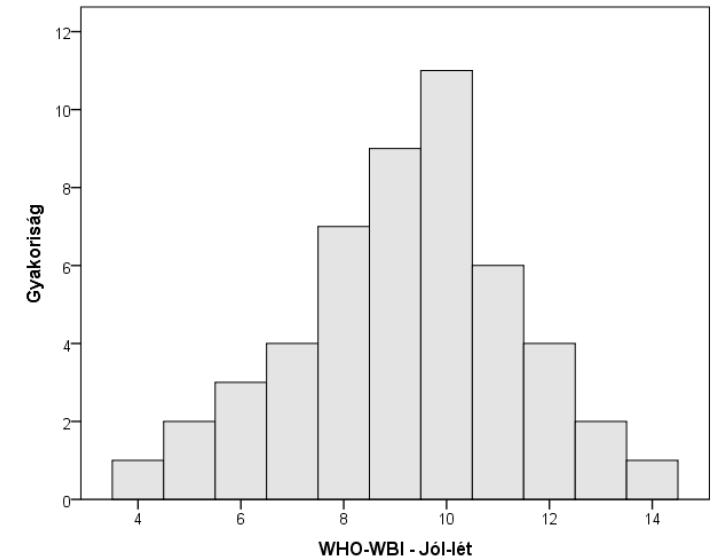


Shapiro-Wilk			
	Statistic	df	Sig.
Példa A	,916	40	,006
Példa B	,987	40	,907



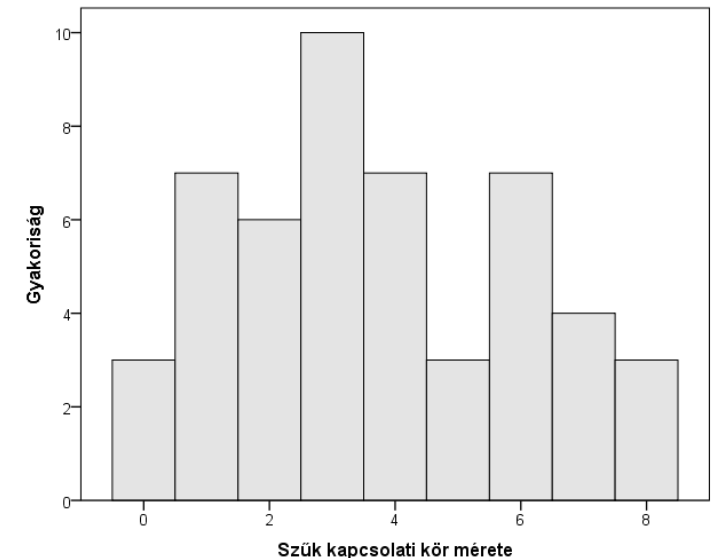
Shapiro-Wilk teszt a gyakorlatban

- A WHO-WBI esetén a S-W teszt **nem szignifikáns**, azaz nincs szignifikáns eltérés a normál eloszlástól, tehát **feltételezhető a normalitás**.
- A szűk kapcsolati kör mérete esetén a S-W teszt **szignifikáns**, azaz, szignifikánsan eltér a normál eloszlástól, tehát **NEM feltételezhető a normalitás** a S-W teszt alapján.
 - Emlékezz: ez még nem baj, hiszen a normalitás-feltételeket vizsgáló módszerek közül elég egy alapján teljesülnie a feltételnek.



Tests of Normality						
	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
WHO-WBI - Jól-lét	,120	50	,070	,977	50	,428
Szűk kapcsolati kör mérete	,144	50	,012	,947	50	,025

a. Lilliefors Significance Correction



Publikálása:

Shapiro-Wilk: $W([\text{szabadságfok}]) = [\text{W-érték}] \quad p = [\text{p-érték}]$

Kolmogorov-Smirnov: $D([\text{szabadságfok}]) = [\text{D-érték}] \quad p = [\text{p-érték}]$

A normalitás feltételének teszteléséhez Ghasemi és Zahedi-Asl (2012) útmutatását követve az ismertebb Lilliefors korrigált Kolmogorov-Smirnov teszt helyett Shapiro-Wilk normalitás tesztet használtam.

A teszt alapján a WHO-WBI skála nem tér el szignifikánsan a normál eloszlástól $W(50) = .977 \quad p = .428$.

A szűk kapcsolati kör mérete változó szignifikánsan különbözik a normál eloszlástól: $W(50) = .947 \quad p = .025$

Tests of Normality						
	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
WHO-WBI - Jól-lét	,120	50	,070	,977	50	,428
Szűk kapcsolati kör mérete	,144	50	,012	,947	50	,025

a. Lilliefors Significance Correction

Hivatkozások:

Ghasemi, A., & Zahedi-Asl, S. (2012). Normality tests for statistical analysis: a guide for non-statisticians. International journal of endocrinology and metabolism, 10(2), 486.

Thode, H. C. (2002). Testing for normality (Vol. 164). CRC press.

Steinskog, D. J., Tjøstheim, D. B., & Kvamstø, N. G. (2007). A cautionary note on the use of the Kolmogorov-Smirnov test for normality. Monthly Weather Review, 135(3), 1151-1157.

Hivatkozhatunk a S-W tesztre a normalitás tesztelése során a két vizsgált változónál?

A S-W teszt a WBI esetén nem szignifikáns, ott igen, a szűk kapcsolati kör esetén azonban szignifikáns eltérést mutat a normál eloszlástól.

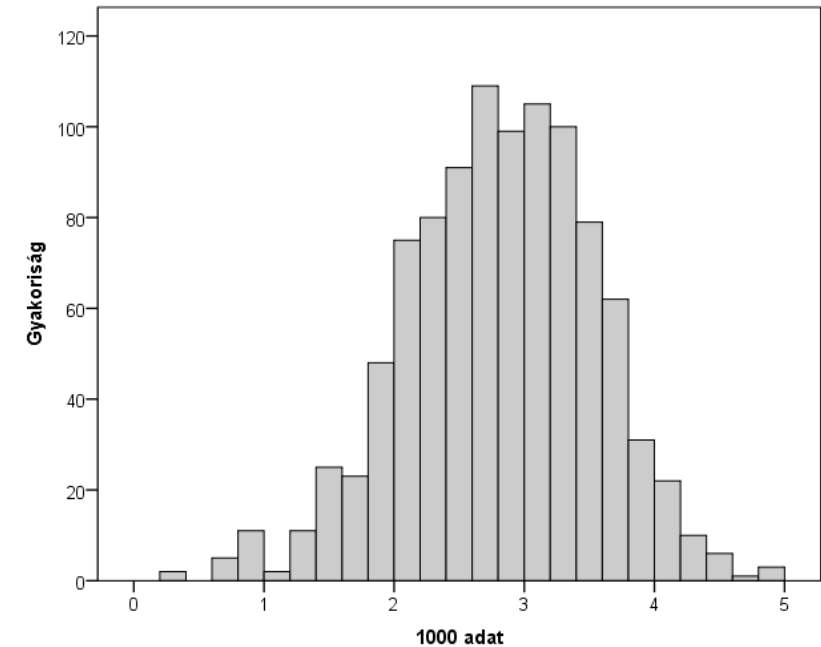
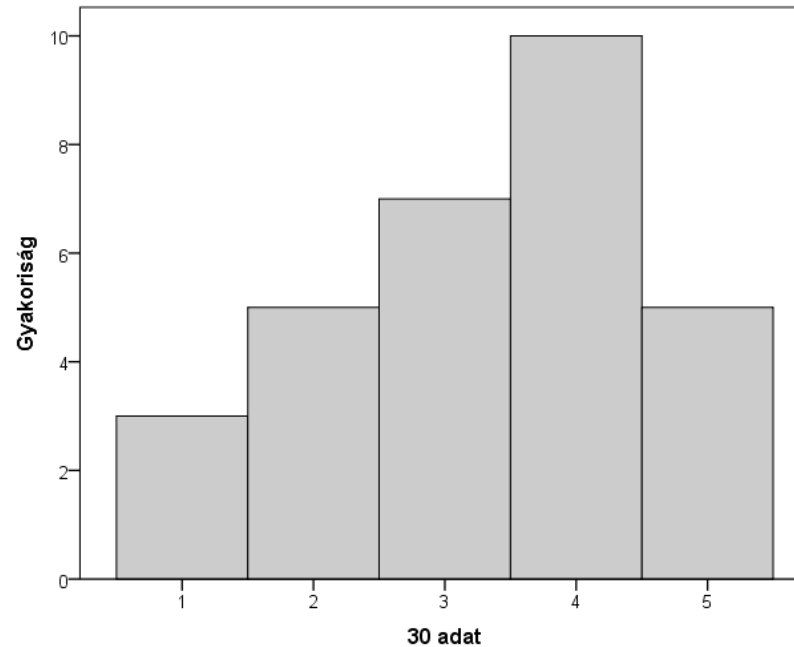
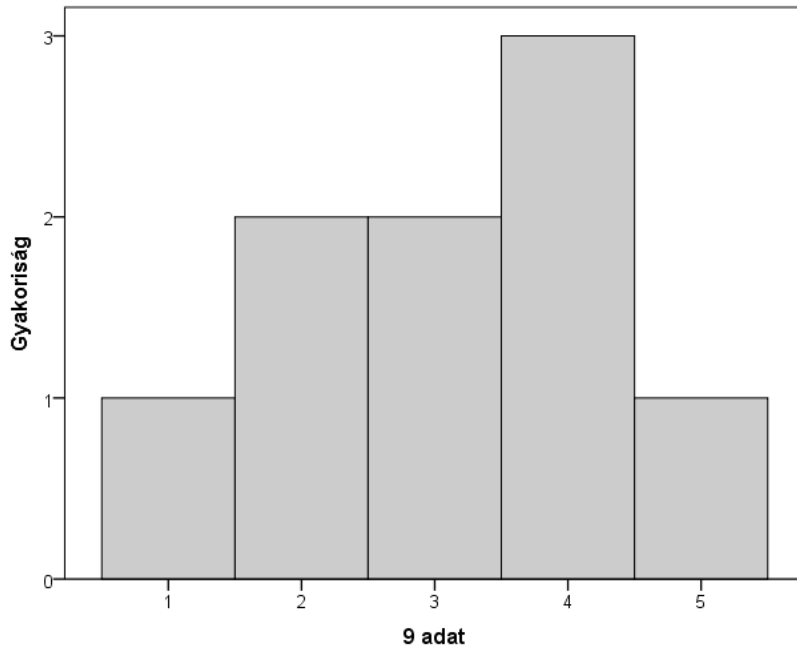
		Pszichológiai jól-lét	Szűk kapcsolati kör mérete
Egyedek függetlensége		✓	✓
Skála típusú változók		✓	✓
Normalitás	S-W	(✓)	(x)
	Z		
	Robosztus		
Szóráshomogenitás			
Linearitás			



Shapiro-Wilk teszt és a nagy minták

Nagy mintákon a S-W (és K-S) teszt akkor is szignifikáns lehet, ha a hisztogramon szinte tökéletes haranggörbe alakot látunk.

Mint minden hipotézis tesztelés, a Shapiro-Wilk teszt is érzékeny az elemszáma. Minél nagyobb az elemszám, annál kisebb normalitástól való eltérés is szignifikáns, hiszen minél nagyobb az elemszám, annál biztosabban lehetünk abban, hogy a populációban is ott az eltérés a normál eloszláshoz képest.



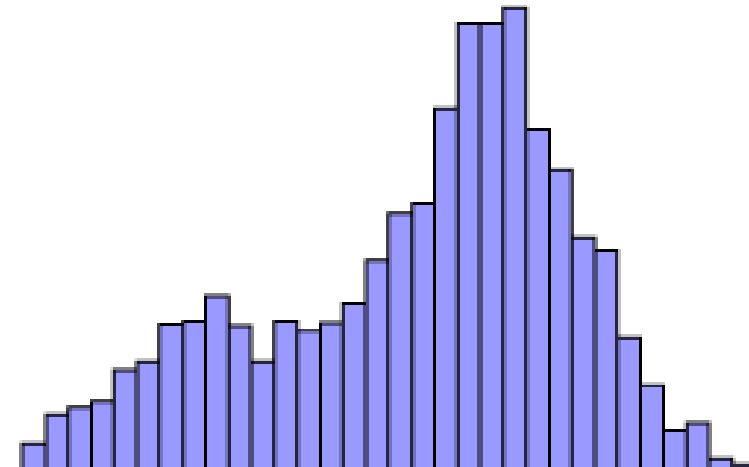
Ezért **nagy mintákon a S-W tesztet eredményét fenntartással kell kezelni**, mert „túl érzékeny”, azaz a normál eloszlástól való kis mértékű, statisztikai elemzést nem zavaró eltérést is szignifikánsan jelezheti (hiszen valószínű, hogy ez az eltérés a populációban is jelen van)

Mi van, ha a S-W teszt szignifikáns eltérést mutat a normál eloszlástól?

Vizsgáld meg közelebbről, mi a baj! Kérj ki hisztogramot, elemezd részletesebben a problémát!

Mi okozhat problémát?

- A minta eloszlása túl ferde
- A minta eloszlása túl csúcsos/lapos
- A minta eloszlásának több csúcsa van
- A mintában outlierok vannak



Példa NEM unimodális eloszlásra

Ha ezeket leellenőrizted, és egyik sem jellemző a minta eloszlására, akkor bátran ellenőrizd az normalitás feltételét más módszerrel (pl. Z-tesztekkel), vagy nézd meg, van-e valamilyen használható robusztussági feltétel!

Z-tesztek alapján akkor feltételezhetjük a normalitás feltételének teljesülését, ha

- mintánként legalább 15 adat van,
- az eloszlásgörbe legfeljebb csak enyhén ferde,
- és legfeljebb csak enyhén csúcsos,
- unimodális (egy csúcsa van),
- outlierok nélküli.

Z-értékek számolása ferdeség és csúcsossághoz

Descriptive Statistics									
	N	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation	Skewness		Kurtosis	
	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Std. Error	Statistic	Std. Error
WHO-WBI - Jól-lét	50	4	14	9,22	2,179	-,220	,337	-,075	,662
Szűk kapcsolati kör mérete	50	0	8	3,72	2,286	,242	,337	-,930	,662
Valid N (listwise)	50								

- A Z-értéket úgy kapod, hogy a leíró statisztikában látható ferdeség illetve csúcsosság statisztikai értékét elosztod a hozzá tartozó standard errorral.

$$Z_{skew} = \frac{S}{SE_{skew}}$$

$$\text{WHO-WBI: } \frac{-0,220}{0,337} = -0,653$$

$$\text{KISKOR: } \frac{0,242}{0,337} = 0,718$$

$$Z_{kurt} = \frac{K}{SE_{kurt}}$$

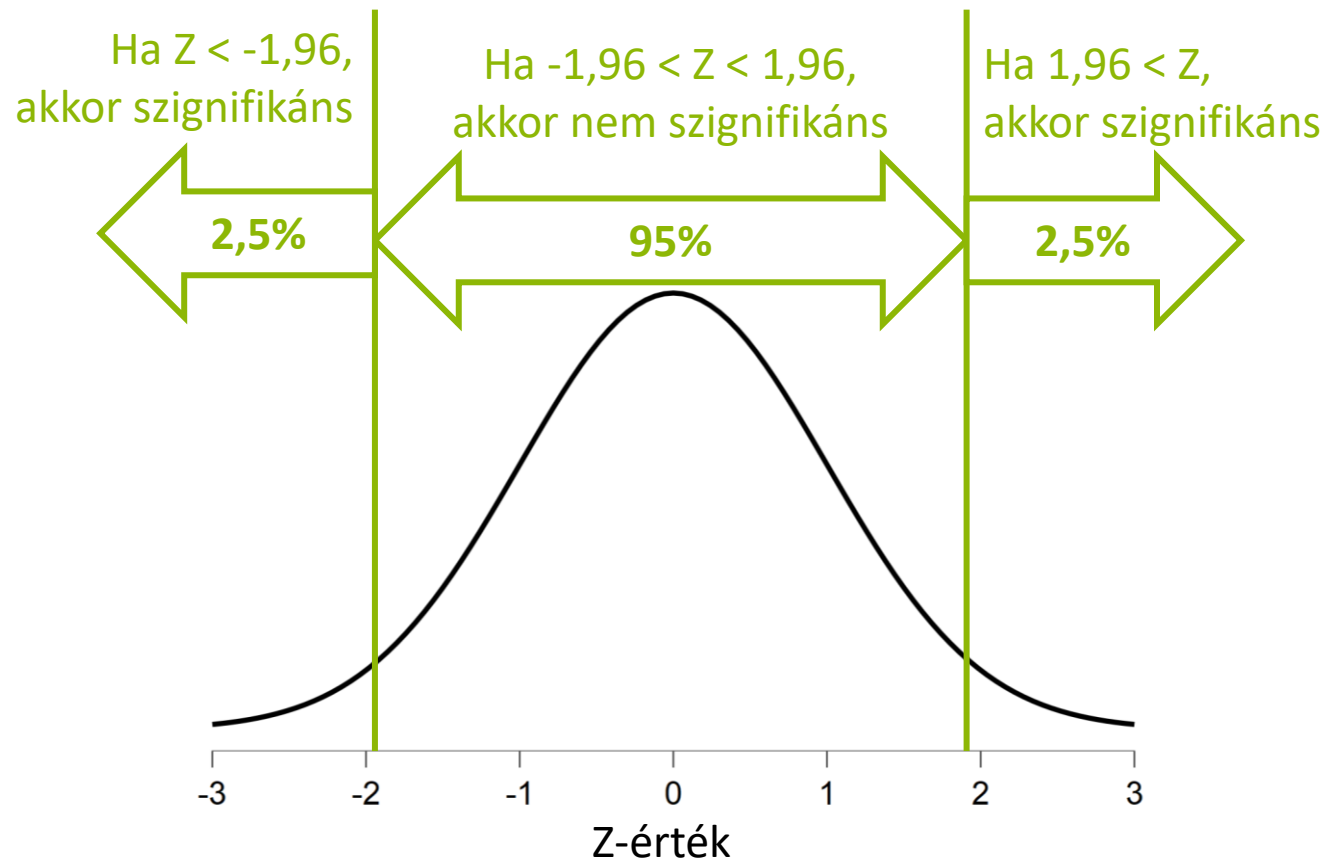
$$\text{WHO-WBI: } \frac{-0,075}{0,662} = -0,113$$

$$\text{KISKOR: } \frac{-0,930}{0,662} = -1,405$$

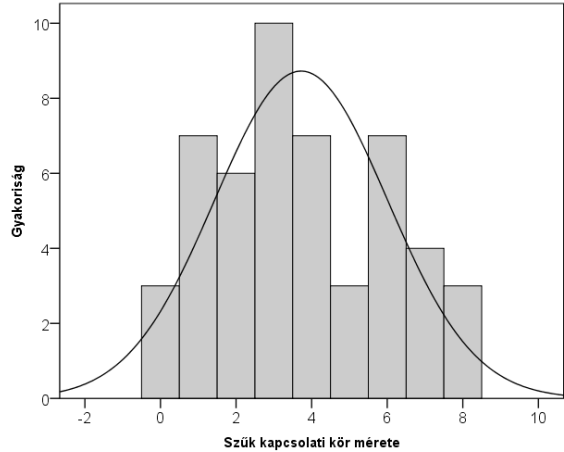
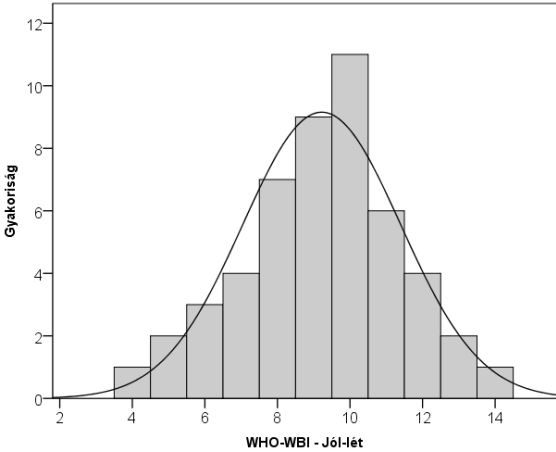
- Ha $|z_{skew}| > 1,96$, akkor a mintaeloszlás ferdesége szignifikánsan eltér a normálistól
- Ha $|z_{kurt}| > 1,96$, akkor a mintaeloszlás csúcsossága szignifikánsan eltér a normálistól

$$Z_{skew} = \frac{S}{SE_{skew}} = \frac{0,242}{0,337} = 0,718$$

$$Z_{kurt} = \frac{K}{SE_{kurt}} = \frac{-0,075}{0,662} = -1,405$$



A normalitás feltételei:	✓ WHO-WBI	✓ Szűk kapcsolati kör
15 adatnál több van,	✓ - 50 embernek van meg mindkét adata.	✓ - 50 embernek van meg mindkét adata.
az eloszlásgörbe legfeljebb csak enyhén ferde,	✓ - A kiszámolt Z-érték: $-0,653$, ami a $\pm 1,96$ -os határon belül helyezkedik el, tehát a minta eloszlásának ferdesége nem tér el szignifikánsan a normál eloszlás 0 ferdeségétől. A minta eloszlásának ferdesége nem jelentős.	✓ - A kiszámolt Z-érték: $0,718$. Ez sem szignifikáns eltérés a normál eloszlás esetén várttól.
legfeljebb csak enyhén csúcsos,	✓ - A kiszámolt Z-érték: $-0,113$, nem szignifikáns, azaz enyhének tekinthető a (jelen esetben) laposság.	✓ - A kiszámolt Z-érték: $-1,405$. Nem szignifikáns az eltérés a normál eloszlásnál várt csúcsosságtól.
unimodális (egy csúcsa van),	✓ - Ez az eloszlás gyönyörű.	✓ - az unimodalitás főleg kis elemszámnál elég enyhe kritérium, hiszen az itt látható „lyuk” is három ember „hiányából” adódik.
outlierek nélküli.	✓ - elvégeztük az adattisztítást.	✓ - elvégeztük az adattisztítást.



Hivatkozhatunk a Z-tesztekre a normalitás tesztelése során a két vizsgált változónál?

Van legalább 15 fő, akinek megvan mind a két adata, a ferdeség és csúcsosság tesztek nem szignifikánsak, a hisztogram alapján nincs okunk feltételezni, hogy nem unimodálisak az eloszlások, az outliereket szűrtük.

		Szűk kapcsolati kör	
		Pszichológiai jól-lét	mérete
Egyedek függetlensége		✓	✓
Skála típusú változók		✓	✓
Normalitás	S-W	(✓)	(x)
	Z	(✓)	(✓)
	Robusztus		
Szóráshomogenitás			
Linearitás			

Mi van, ha a S-W teszt és a Z-tesztek szignifikáns eltérést mutat a normál eloszlástól?

- Vizsgáld meg közelebbről, mi a baj!
- Használj nem-parametrikus próbákat!
- Nézd meg a szakirodalmat, vannak-e robusztussági körülmények!

Alapvetően egy próba csak akkor végezhető el, ha teljesülnek a feltételei.

Ha **egy feltétel sérül**, azért baj, mert akkor az **eredmények pontatlanok**, félrevezetőek lehetnek (a pontatlanság vezethet akár az első-, akár a másodfajú hiba megnövekedéséhez is, azaz előfordulhat, hogy szignifikáns eredményt kapunk ott is, ahol nem kéne, vagy ott sem, ahol igen).

Néha azonban, ha „szerencsésen állnak együtt a körülmények”, **egy próba nem lesz érzékeny valamely feltételének sérülésére, azaz robusztus lesz a feltételre.**

Hogy mik ezek a körülmények, azt az elszánt statisztikusok egyfajta szisztematikus próbálgatással, az úgy nevezett **Monte Carlo szimuláció**s módszerrel keresik meg.

A probléma csak az, hogy a Pearson korrelációnál igen ellentmondásos a szakirodalom, így **ehhez a próbához nem tanulunk használható robusztussági körülményt!**

A Pearson korreláció robusztusságával kapcsolatos szakirodalom ellentmondásos, így nem tanulunk olyan körülményt, ahol a korreláció robusztus lenne a normalitás sérülésére.

		Pszichológiai jól-lét	Szűk kapcsolati kör mérete
Egyedek függetlensége		✓	✓
Skála típusú változók		✓	✓
Normalitás	S-W	(✓)	(✗)
	Z	(✓)	(✓)
	Robusztus	(-)	(-)
Szóráshomogenitás			
Linearitás			

A három módszert összegezve teljesül-e a normalitás feltétele a két vizsgált változónál?

A három módszer közül ELÉG, ha az egyik alapján feltételezhető a normalitás.

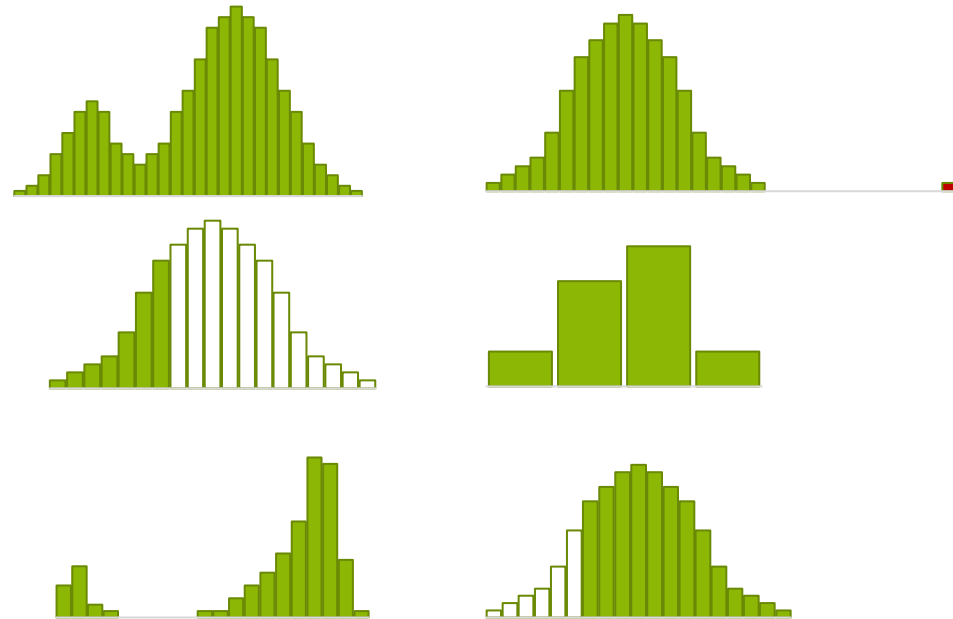
		Pszichológiai jól-lét		Szűk kapcsolati kör mérete	
Egyedek függetlensége			✓		✓
Skála típusú változók			✓		✓
Normalitás	S-W	(✓)		(✗)	
	Z	(✓)	✓	(✓)	✓
	Robusztus	(-)		(-)	
Szóráshomogenitás					
Linearitás					

Mit csináljak, ha nincs normalitás?

Kutatói mérlegelés kérdése, melyik mellett döntesz.

Találd meg a választ, miért nem normális!

- Outlierek
- Valamiért több dolgot sikerült egyszerre mérnünk
- Nem elég nagy a skála felbontása
- Kiválogatott adat (az adatoknak csak egy részét látom)
- Természetes határ (pl. neurontüzelés)
- A tulajdonság valamilyen más eloszlást követ



Növeld az elemszámot!

Általában a nagyobb elemszám jobban reprezentálja a populációt.

Traszformáld az adatokat!

Outlierek és ferde eloszlás esetén például jól működhet az adatokból való gyökvonás vagy a logaritmizálás.

Használd non-parametrikus próbákat!

Szóráshomogenitás

Varianciák homogenitása / Szóráshomogenitás / Homoszkedaszticitás

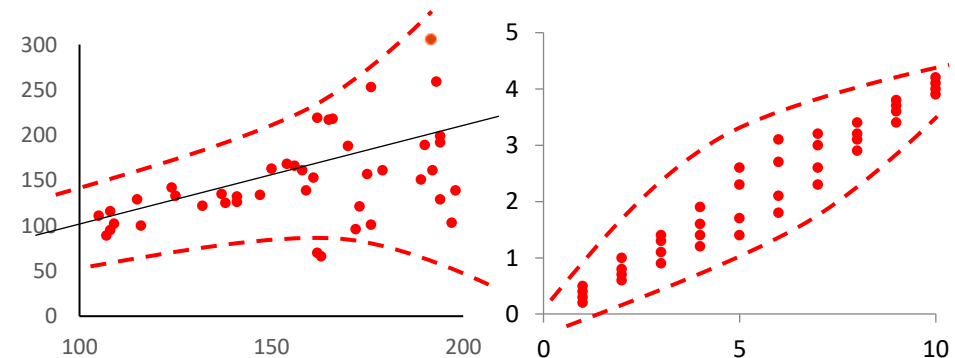
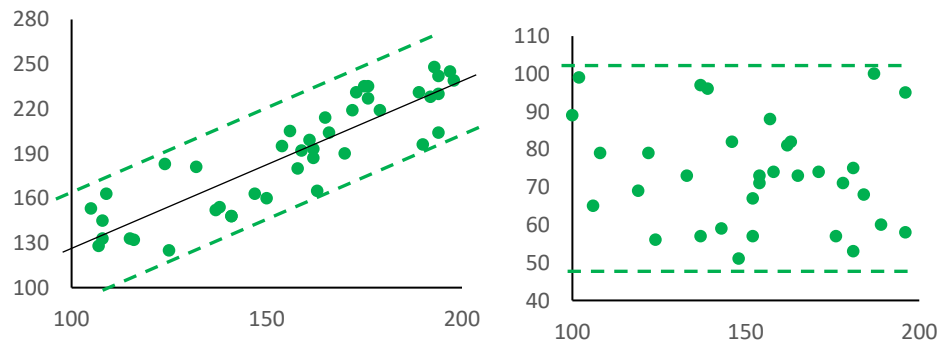
A három fogalom ugyanazt jelenti,

- Angolban a *homogeneity of variances*, magyarban a *szóráshomogenitás* kifejezés terjedt el.
- Folytonos változók kapcsolatának vizsgálatánál a *homoszkedaszticitás* az elterjedtebb kifejezés, minták összehasonlításánál pedig a *szóráshomogenitás*

Azt jelenti, hogy a varianciáknak egyformának kell lenniük az egész mintában

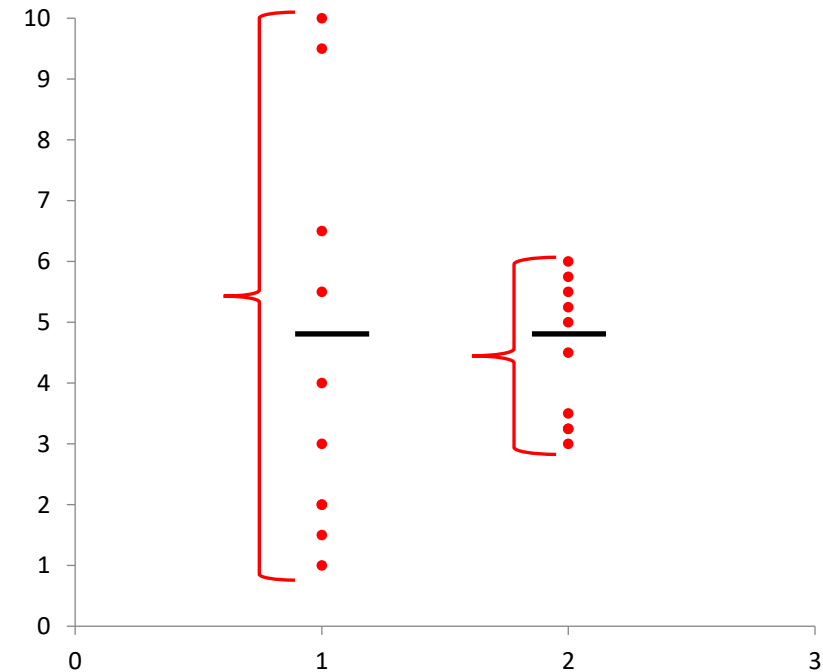
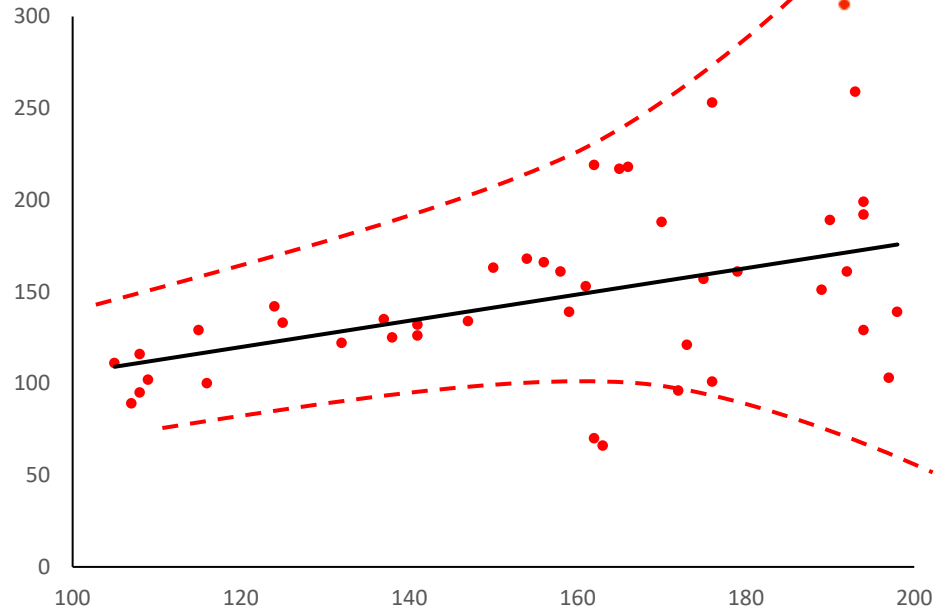
Ha korrelációs próba feltételeként vizsgáljuk,

- akkor az egyik változónk varianciájának stabilnak kell lennie a másik változó minden szintjén.
- Konyhanyelven a pontfelhőnek egyforma „vastagnak” kell mindenhol lenni.



Szóráshomogenitás

- **Miért baj, ha sérül a feltétel?**
 - A modell nem mindenhol lesz egyformán pontos
 - (Pontatlanná válik a becsült variancia-kovariancia mátrix, ezért) pontatlanok lesznek a paraméterekhez tartozó standard error-ok – pontatlanok lesznek a szignifikancia értékek.



Teljesül a szóráshomogenitás feltétele a két vizsgált változó összefüggésében?

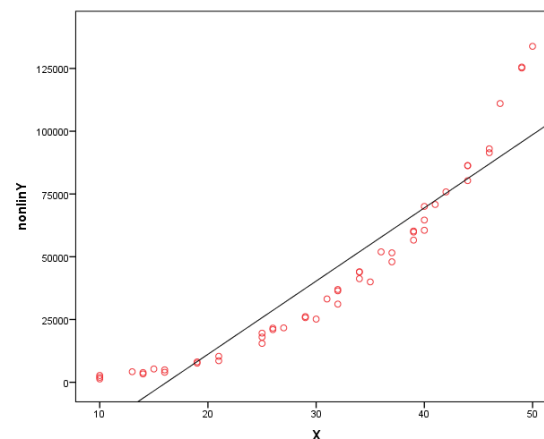
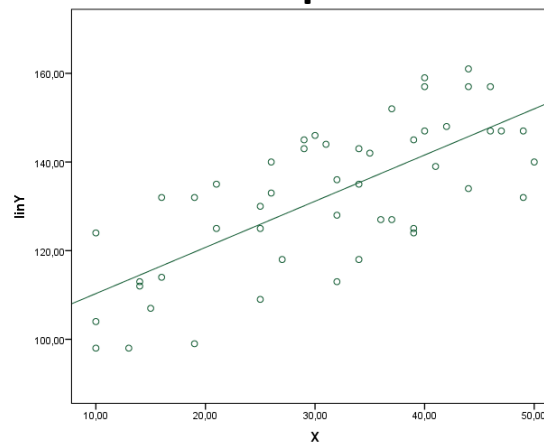
A pontfelhő egyforma vastag mindenhol, így igen. Vedd észre, hogy szóráshomogenitás csak két változó összefüggésében létezik, egyetlen változóra nem értelmezhető.

	Pszichológiai jól-lét	Szűk kapcsolati kör mérete
Egyedek függetlensége	✓	✓
Skála típusú változók	✓	✓
Normalitás	✓	✓
Szóráshomogenitás		✓
Linearitás		

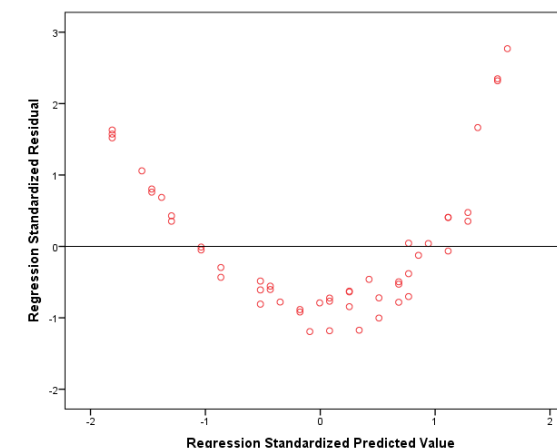
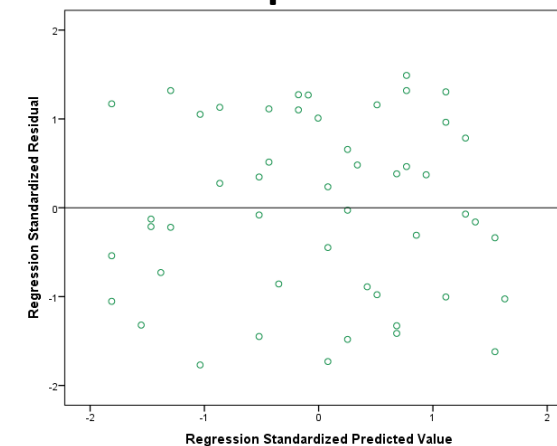
Bár klasszikus értelemben nem tartozik a parametrikusság feltételei közé, a legtöbb statisztika, amit használni fogunk lineáris modellt használ.

Ha nem teljesül, pontatlanok lesznek a felállított modell általi becslések – ez kiemelten igaz extrapoláció esetén, plusz alul fogod becsülni a magyarázóerőket.

Prediktor és kimeneti érték kapcsolata



Predikált érték és hiba kapcsolata



Teljesül a linearitás feltétele a két vizsgált változó összefüggésében?

A pontfelhő jól leírható egy egyenessel. Legalább is, nem látható olyan másik modell (görbe), mely az egyenesnél jobb leírást adna.

	Pszichológiai jól-lét	Szűk kapcsolati kör mérete
Egyedek függetlensége	✓	✓
Skála típusú változók	✓	✓
Normalitás	✓	✓
Szóráshomogenitás		✓
Linearitás		✓



Hipotézis: Különbség van férfiak és nők pszichológiai jól-léte között.

Feltételek ellenőrzése független mintás t-próba vizsgálatnál:

- egyedek függetlenség
- minták függetlensége
- skála típusú függő változó
- normalitás
- szóráshomogenitás

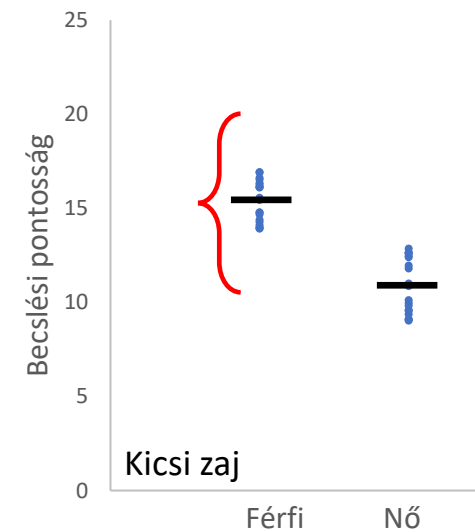
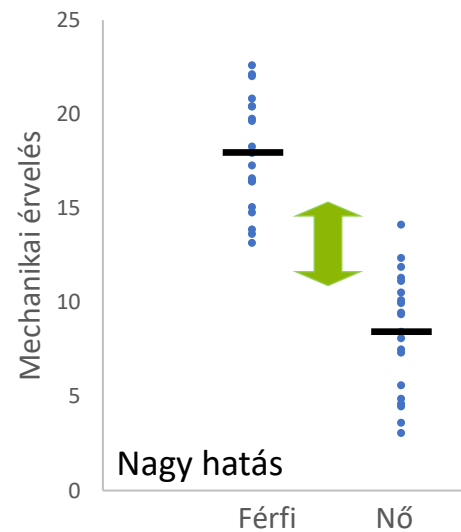
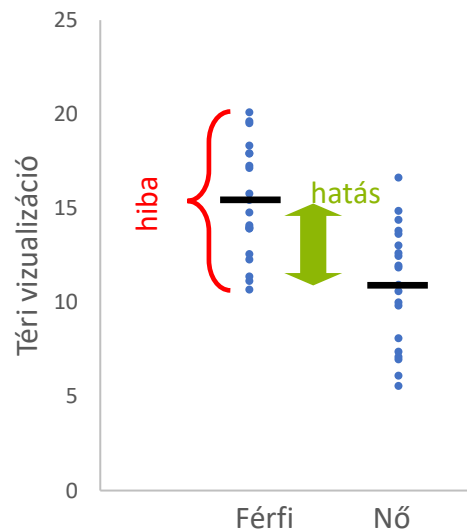
Röviden a független mintás t-próbáról

Két csoport eltérését vizsgálja valamely tulajdonság mentén.

Férfiak és nők különböznek a téri vizualizáció képességében, a férfiak ügyesebbek e területen.

Működése konyhanyelven:

- A két csoportot a két mintaátlag reprezentálja.
- A hatás a két csoport átlaga közötti különbség.
- A zaj a csoportokon belüli változatosság.
- A t-próba annál jelentősebb eltérést fog a két csoport között jelezni,
 - minél nagyobb a különbség a csoportok átlaga között és/vagy
 - minél kisebb a különbség az egyedek között a csoportokon belül,
 - azaz minél jobb a hatás/zaj arány.



Kétféle függetlenség-feltétel? Hogy van ez?

Az **egyedek függetlensége**

- **Válaszadók (mérések, azaz sorok) függetlenségét feltételezzük.**
- Ez az a függetlenség-feltétel, mely a parametrikusság feltételei közé tartozik

A **minták függetlensége**

- Csoportokat összehasonlító próbáknál jelenik meg
- Azt jelenti, hogy egy személy csak egy mintába tartozik
 - Például ha összehasonlítunk angolokat és németeket, akkor egy angol-német kétnemzetiségű személyt nem vehető fel a vizsgálatba, és főleg nem tehető meg, hogy egyszer az angol, egyszer a német mintába is bekerül

Teljesül a két függetlenség-feltétel?

A kitöltők nem ismerik egymást, nem befolyásolják egymás pszichológiai jól-létét, így ebből a szempontból függetlenek.

A mintában nincs olyan, aki egyszerre férfi és nő is, így a csoportok függetlenek egymástól.

	Pszichológiai jól-lét (függő változó)
Egyedek függetlensége	✓
Minták függetlensége	✓
Skála típusú függőváltozó	
Normalitás	
Szóráshomogenitás	

Skála típusú függő változó

Itt is két változó szerepel, a *nem* és a *pszichológiai jól-lét*, de a két változó nem egyenrangú

- A *pszichológia jól-lét* ún. függő változó, ezzel kapcsolatban kell a feltételeket ellenőrizni
- A *nem* csoportosító változó, annak nem kell normál eloszlást követni vagy skála típusúnak lenni

Teljesül a skála-típus feltétele?

- Skála típusúnak csak a függő változónak kell lenni, mely teljesül. A nem csak a csoportosító változó, annak nem kell skála típusúnak lenni (és természetesen nem is az, hiszen nominális változó)

	Pszichológiai jól-lét (függő változó)
Egyedek függetlensége	✓
Minták függetlensége	✓
Skála típusú függőváltozó	✓
Normalitás	
Szóráshomogenitás	

Normalitás feltétele csoportonként

A normalitás feltételét **mintánként külön** kell ellenőrizni.

A becslés hibájának normál eloszlása:

A becslés hibája azaz a meg nem magyarázott variancia a mintákon belüli változatosság.

(Vagy kiszámoljuk a reziduálisokat, és azon egyben ellenőrizzük a normalitást.)

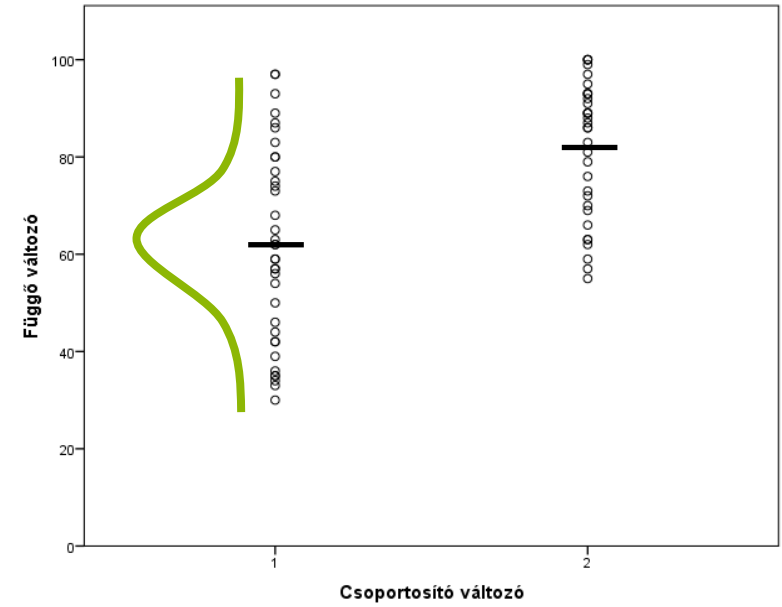
A becsült érték normál eloszlása

A két csoporthoz eltérő a becsült érték.

A populáció normál eloszlása:

Épp azt ellenőrizzük, hogy feltehető-e, hogy a két minta külön populációból származik.

Azt várjuk, hogy a minták különböznek egymástól, azaz eltér az átlaguk. Viszont ha különböznek az átlagok, akkor máshol lesz a két görbe csúcsa, és ha közösen nézzük őket, nem (feltétlenül) lesz a közös eloszlásuk egycsúcsú, azaz unimodális.



Normalitás feltétele csoportonként

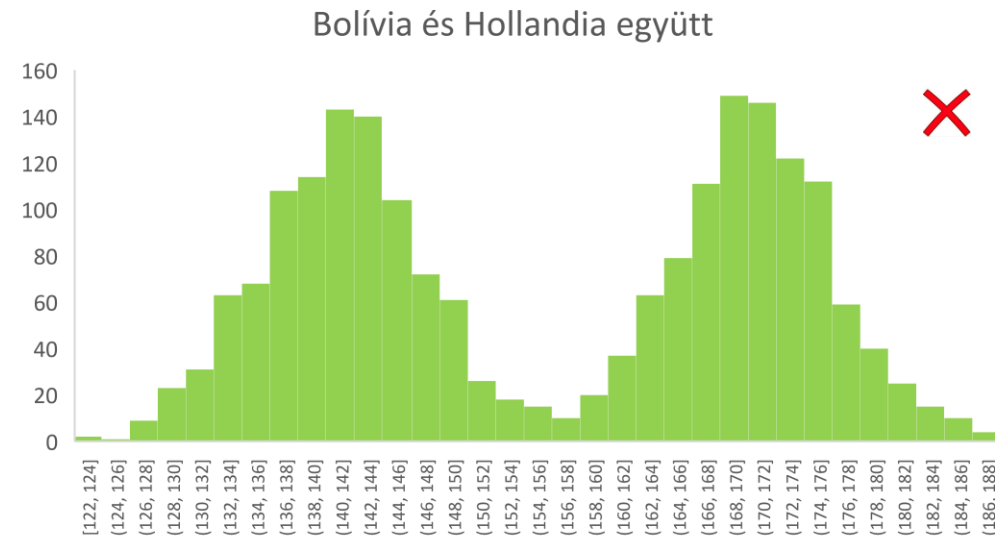
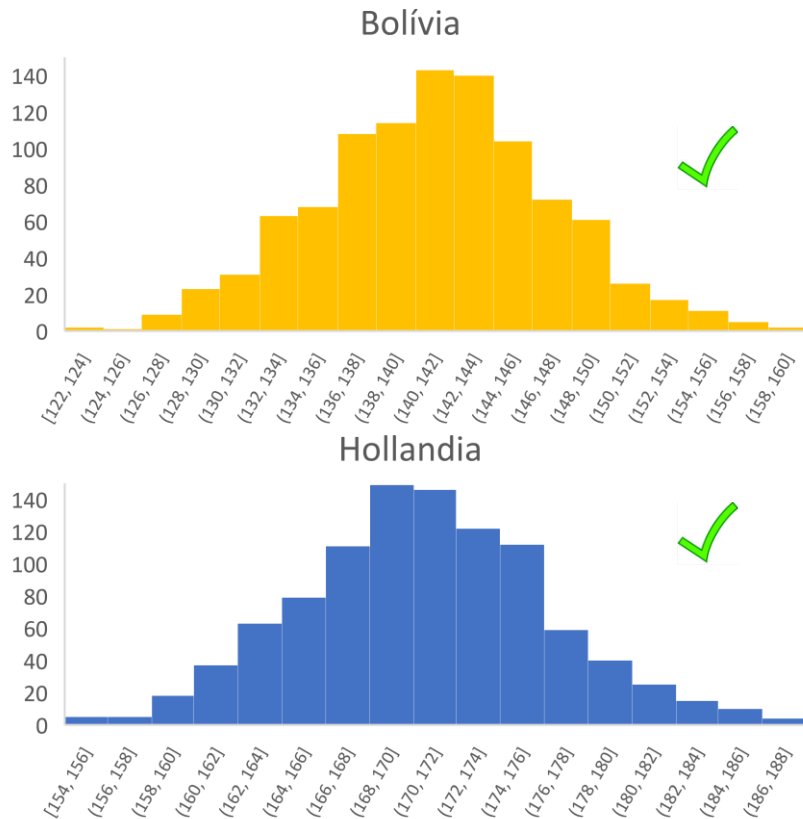
Azt várjuk, hogy a minták különböznek egymástól, azaz eltér az átlaguk. Viszont ha különböznek az átlagok, akkor máshol lesz a két görbe csúcsa, és ha közösen nézzük őket, nem (feltétlenül) lesz a közös eloszlásuk egycsúcsú, azaz unimodális.

Példaként nézzük meg a női magasságot Bolíviában és Hollandiában!

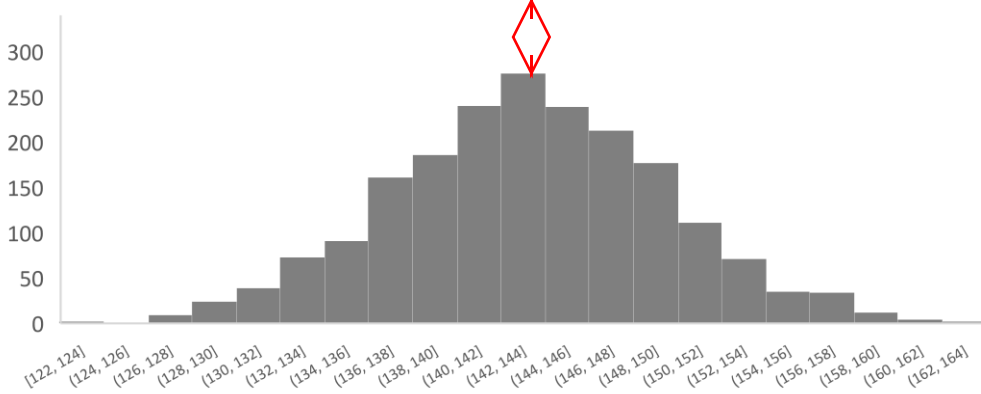
Bolíviában az átlagos női magasság 142,2cm, és szép normál eloszlást látunk.

Hollandiában is normál eloszlás látható, ott az átlagos női magasság 170,7cm.

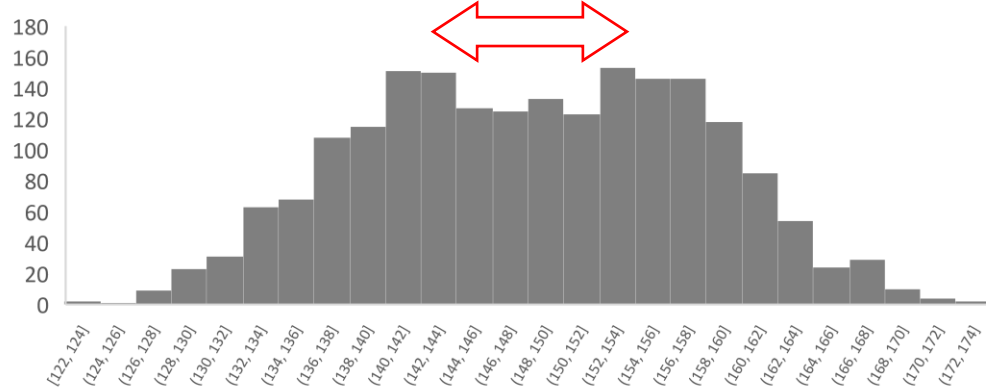
Amikor egyben nézzük a két csoportot, akkor a közös átlag 156,5cm, de az eloszlásnak jól láthatóan két csúcsa van.



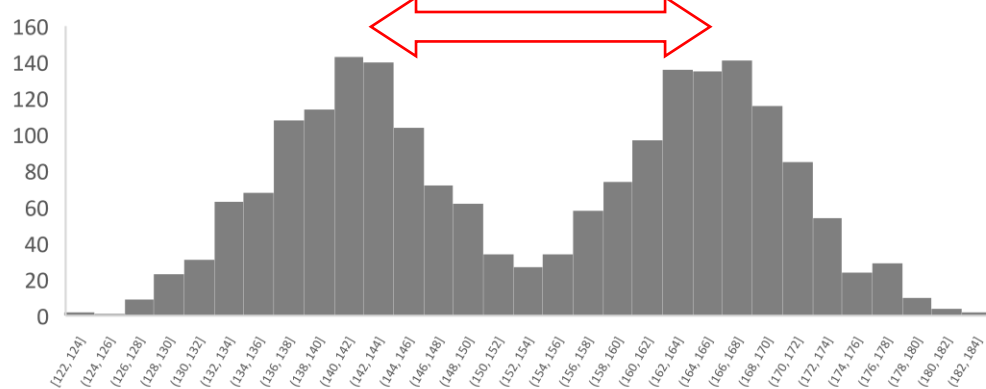
Két minta középértéke között nincs különbség



Két minta középértéke között két szórásnyi különbség van



Két minta középértéke közt három szórásnyi különbség van



Minél inkább eltér két – egyébként normál eloszlást követő – populáció középértéke, annál kevésbé lesz normál eloszlású a kettőből közösen vett minta eloszlása.

Normalitás feltételének ellenőrzése minták összehasonlítása során is több módszerrel történhet, de a feltételteszteléseket mindig **mintánként külön** kell végezni. Ezek közül **BÁRMELYIK** teljesülése esetén feltételezhetjük a normalitást.

- Hisztogram, Q-Q plot – mintánként külön megjelenítve
- Shapiro-Wilk vagy Kolmogorov-Smirnov teszt – a tesztelést mintánként kell végezni
- Z-tesztek – a feltételeknek mintánként kell teljesülniük
- **Robusztussági körülmények**: a t-próbánál tanulunk egy robusztussági körülményt is. Ha mintánként megvan a 40 fő, a két minta megközelítőleg azonos méretű (az arány kisebb, mint 1,5, azaz a nagyobb nem éri el a kisebb méretének másfélszeresét), és a szóráshomogenitás teljesül, akkor a normalitás feltételétől el lehet tekinteni, mivel a t-próba robusztus a normalitás sérülésére.

Összetettebb elemzéseknél (pl. ANOVA) megtanuljuk majd, hogy az ellenőrzés nem csak mintánként történhet, hanem úgy is, hogy kiszámoljuk a reziduálisokat (hibatagokat), és azok eloszlását vizsgáljuk a teljes mintán (ez gyakorlatilag a reziduális hibák normáleloszlásának feltétele).

Normál eloszlású függő változó

Teljesül a normalitás feltétele férfi és női mintán?

Igen, a S-W teszt egyik csoportban sem szignifikáns (férfiak: $W(24)=.977$ $p = .831$ nők: $W(26)=.970$ $p=.614$), tehát a normalitás feltétele teljesül mindkét mintában.

	Pszichológiai jól-lét (függő változó)
Egyedek függetlensége	✓
Minták függetlensége	✓
Skála típusú függőváltozó	✓
Normalitás	✓
Szóráshomogenitás	

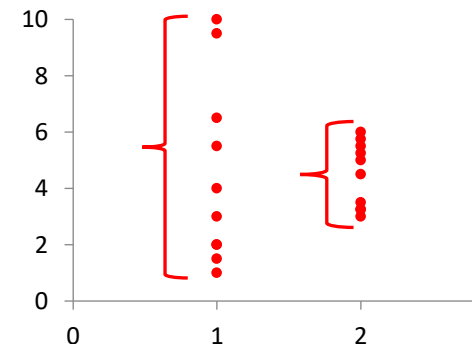
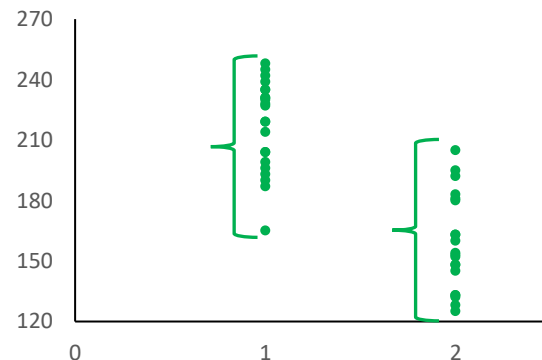
Szóráshomogenitás

Varianciák homogenitása / Szóráshomogenitás

Ha mintákat hasonlítunk össze, akkor azt jelenti, hogy a két minta szórása legyen hasonló mértékű

Miért baj, ha sérül a feltétel?

- A mintákat a középpértékükkel (legtöbb esetben átlaggal) reprezentáljuk). Ha az egyik mintában nagyobb a szórás, akkor ott kevésbé lesz reprezentatív a középpérték, azaz kevésbé lesz pontos a modell.
- A súlyosabb probléma, hogy eltérő elemszámok esetén a statisztikai érték számítását is torzítja, így a számolt szignifikancia érték lesz torz. A probléma az, hogy előfordulhat, hogy a próba szigorúbb lesz így a kelleténél (azaz meglévő hatást sem mutat majd ki), és az is, hogy megengedőbb lesz, mint szabadna lennie (azaz nem létező különbséget is szignifikánsan jelez)

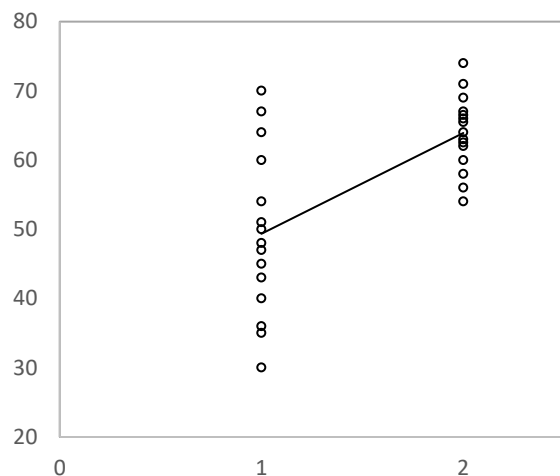


Szóráshomogenitás és elemszámok aránya

Következmények?

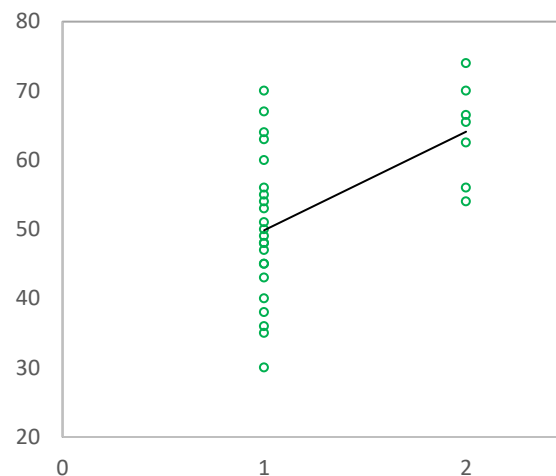
A szóráshomogenitás sérülésének hatásai függenek a minta más tulajdonságaitól is.

SD1 > SD2 és N1 = N2



$$\frac{\text{hatás}}{\text{hiba}}$$

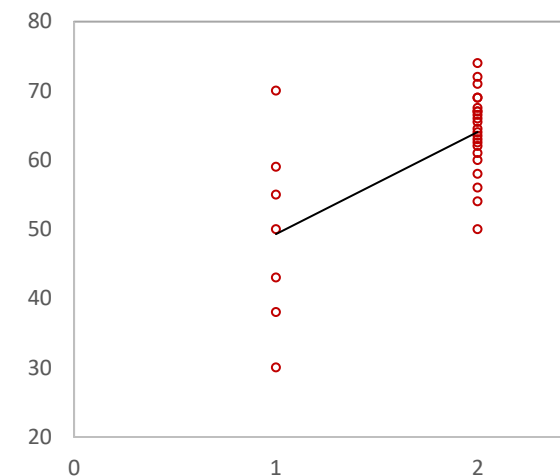
SD1 > SD2 és N1 > N2



$$\frac{\text{hatás}}{\text{hiba}} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{Stat. érték csökken} \\ \text{p-érték nő} \end{array}$$

A modell kevésbé lesz szignifikáns,
tehát a próba szigorodott

SD1 > SD2 és N1 < N2



$$\frac{\text{hatás}}{\text{hiba}} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{Stat. érték nő} \\ \text{p-érték csökken} \end{array}$$

A modell szignifikánsabb lett, tehát a
próba megengedőbbé vált, az elsőfajú
hiba valószínűsége megnőtt

A Levene-teszt azt nézi meg, hogy van-e szignifikáns különbség a szórások között.

Most nem tudtunk kimutatni szignifikáns különbséget a varianciában, tehát teljesül a szóráshomogenitás feltétele teljesül.

Publikálása: $F([df1], [df2]) = [\text{Levene teszt értéke}]$ $p = [\text{szignifikancia}]$.

Itt: $F(1, 48) = .302$ $p = .585$

Results

Independent Samples T-Test

Independent Samples T-Test

	t	df	p
WBI - Jollet	2.262	48	0.028

Note. Student's t-test.

Assumption Checks

Test of Equality of Variances (Levene's)

	F	df	p
WBI - Jollet	0.302	1	0.585

← Nem szignifikáns

Teljesül a szóráshomogenitás feltétele?

Igen, a két minta szórása között nem mutatható ki szignifikáns különbség $F(1, 48) = .302$ $p = .585$

	Pszichológiai jól-lét (függő változó)
Egyedek függetlensége	✓
Minták függetlensége	✓
Skála típusú függőváltozó	✓
Normalitás	✓
Szóráshomogenitás	✓

A feltételteszteléséről ezt írjuk az Eredmények részbe

- Az Eredmények rész legelejére röviden összefoglaljuk az adattisztítást és az előzetes feldolgozás fontosabb lépéseit.
- Ezt követően az Eredmények rész hipotézisenként halad, és minden rész elején írunk röviden a használt próba feltételeinek ellenőrzéséről.
- Például a második hipotézisnél így lehet:

H2: Különbség van férfiak és nők pszichológiai jól-léte között.

A hipotézist független mintás t-próbával ellenőriztük. A próba feltételei teljesülnek.

A normalitás feltétele a Shapiro-Wilk teszt alapján teljesül mind a férfiak $W(24)=.977$

$p = .831$, mind a nők $W(26)=.970$ $p=.614$ esetében. A szórások a Levene-teszt eredményei alapján homogénnek tekinthetők, $F(1, 48) = .302$ $p = .585$.

A t-próba eredményei alapján a két csoport.... stb.

- A műhelymunkában az olyan feltételeket, melyek teljesülését nem ellenőrizni kell, hanem a kutatás tervezése során biztosítani (pl. személyek függetlensége), nem szükséges megemlíteni.
- Ha a műhelymunkán húzni kell, a feltételekről szóló rész átkerülhet a függelékbe, és a szövegtörzsben elegendő megemlíteni, hogy ellenőrizve voltak, és a függelékben megtalálhatók.

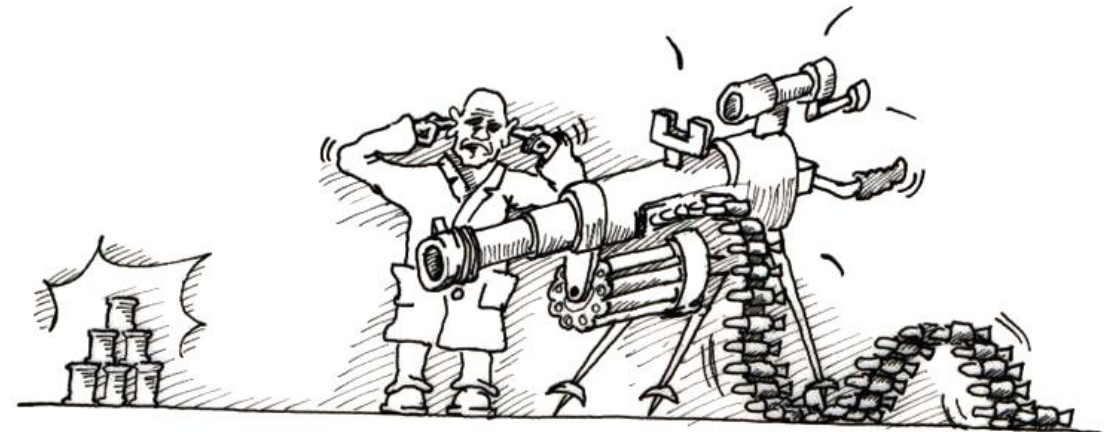
Feltételek – mennyire fontosak?

- Ha egy próba robosztus egy feltétel megszegésére egy adott mintán, akkor a feltétel sérülése ellenére is értelmezhetőek az eredmények
 - Azt látjuk, hogy a próbák feltételeinek robosztussága hat egymásra, például:
 - ANOVA **robosztus** a szóráshomogenitás bármilyen mértékű sérülésére, ha a minták elemszáma hasonló, a normalitás teljesül, és $N > 15$
 - ANOVA **robosztus** a szóráshomogenitás kis mértékű sérülésére, ha a minták elemszáma hasonló, a normalitás teljesül és a legkisebb és legnagyobb variancia aránya < 3.5
 - ANOVA **NEM robosztus** a szóráshomogenitás sérülésére, bármekkora is az elemszám, ha a minták elemszáma különböző, és a legkisebb és legnagyobb variancia aránya > 8
 - ANOVA **NEM robosztus** a szóráshomogenitás sérülésére, ha változók eloszlása egymással ellentétes irányban ferde
 - ANOVA **robosztus** a normalitás sérülésére, ha a szóráshomogenitás teljesül és az elemszám $N > 15$

Feltételek – mennyire fontosak?

- Robosztusság ellenőrzése **Monte-Carlo szimulációval**

- 1. Létrehozunk egy populációt amiben nincs jelen a hatás! (pl. X tulajdonság átlaga, szórása, eloszlása azonos A és B csoportban)
- 2. A létrehozott populációból random mintavételezéssel veszünk nagyon sok mintát, és elvégezzük rajtuk a vizsgálni kívánt próbát (pl. t-próbát ezer vagy 10ezer alkalommal)
 - Hány esetben várom, hogy szignifikáns eredményt kapjak?
 - A statisztikák 5%-nál várunk szignifikáns eredményt (ennyi lesz az első fajú hibát)
- 3. Ezt követően kiválasztok mintákat, ahol a vizsgálni kívánt feltétel valamilyen mértékben sérül (pl. az egyik mintának kétszer akkora a szórása mint a másiknak), plusz egyéb követelményeknek is megfelelnek (pl. adott eloszlásúak, elemszámúak stb.)
 - **Egy próba robusztus egy feltétel megszegésére, ha a szignifikáns eredmények továbbra is 4-6% között maradnak**



Amikor a parametrikus tesztek kritériumai nem teljesülnek

- **Nem parametrikus tesztek**

- Ha nem teljesül a parametrikus tesztek kritériumából a folytonosság vagy a normál eloszlás kritériuma

- **Rangsor**

- Megkeressük a változó legkisebb értékét, hozzárendelünk 1-et, majd a következő értékhez 2-őt és így tovább
- a legtöbb nempara teszt a rangsorolást követően a rangokon a parametrikus próbákhoz hasonló elemzést végez

- **Kevésbé hatásos statisztikák-e, mint parametrikus társaik?**

- A rangsorolással elvesztjük a különbségek nagyságáról szerzett információ egy részét
- Ezért ha parametrikus adatokon hasonlítjuk össze, a nem-parametrikus próbák kevésbé tudják a hatást megtalálni – de miért használnánk parametrikus adatokon őket?
- Nem-parametrikus adatokon viszont a parametrikus próbák megbízhatatlanok (az elsőfajú hiba 5% csak normál eloszlás esetén jön ki)

- **A hiányzó értékek kezelése**

- Hogy listwise vagy pairwise vizsgáljuk az adatok parametrikusságát, kérünk leíró statisztikákat, stb., függ a statisztikai próbától amit végezni fogunk az adatokon.
- **Mindig tudni kell, hogy a statisztikai próba, amelyet végzünk hogyan kezeli a hiányzó értékeket (mi a minta, melyek dolgozni fog), és annak megfelelően kérni ki a leíró statisztikákat**
- Példa a mi esetünkben:
 - Repeated Measure mindenképp listwise fogja elemezni az adatokat
 - A változók normalitását is listwise kell vizsgálni (hiba az első nap a 810 fős minta normalitását ellenőrizni, ha a vizsgálatba csak az a 123 kerül, akinek mindhárom nap van adata)
 - Hasonlóképp hiba a leíró statisztikákat 810 főre kérni. A Descriptive Statistics / Descriptive-en belül nem kérhetünk listwise hibakezelést. Ekkor a Descriptive Statistics / Explore-t kell használni.
 - Ha Repeated Measure helyett Mixed Models használunk majd, ott beállíthatunk különböző hiányzó érték-kezelési módokat
 - Ha korrelációt végzünk, ott is beállíthatjuk, miként kezeje a hiányzó értékeket
- **Ha több statisztikai próbát végzünk, és különböző hiányzóérték-kezelési módokat használunk, vagy bizonyos próbáknál szűrt adatokon dolgozunk, akkor minden próbához külön le kell kérni a hozzá tartozó leíró statisztikákat!**